

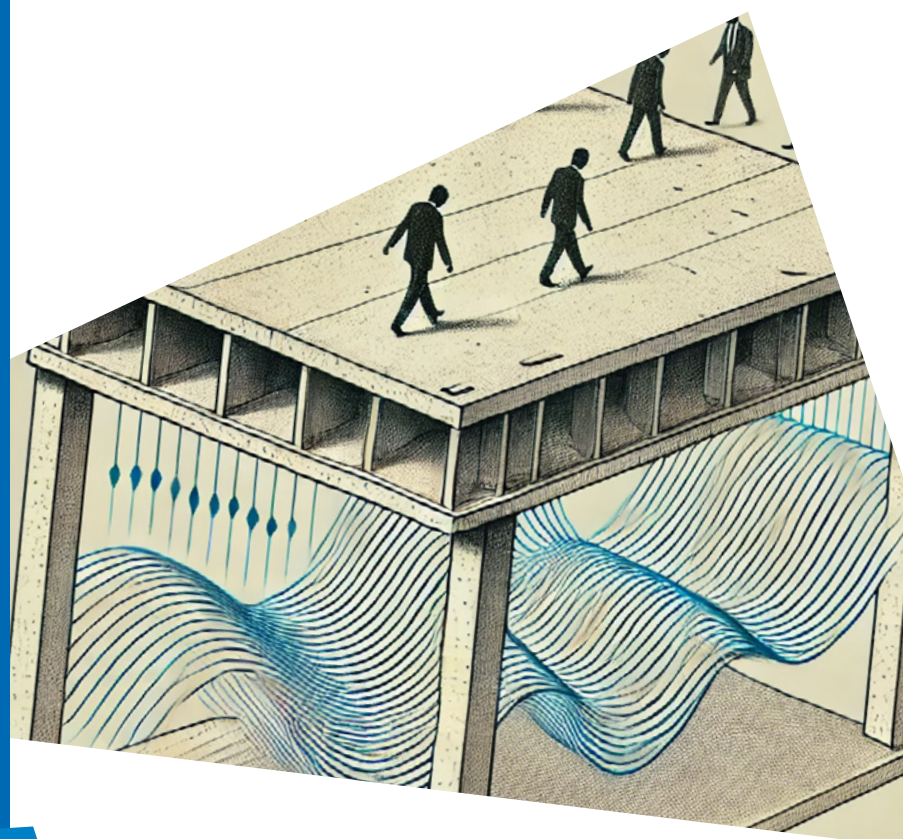
587.E - FÉVRIER 2026

# ÉTUDES ET RECHERCHES

MÉTHODOLOGIE DE CALCUL DES  
FRÉQUENCES PROPRES DES  
PLANCHERS

IBRAHIM ALACHEK  
MATTHIEU SCALLIET

**CERIB**  
Expertise concrète





# MÉTHOLOGIE DE CALCUL DES FRÉQUENCES PROPRES DES PLANCHERS

587.E

## Avant-propos

Ce rapport est articulé en deux parties :

- la première partie est destinée au lecteur qui souhaite apprécier très rapidement si l'étude évoquée le concerne, et donc si les méthodes proposées ou si les résultats indiqués sont directement utilisables pour son entreprise ;
- la deuxième partie de ce document est plus technique ; on y trouvera donc tout ce qui intéresse directement les techniciens de notre industrie.

© 2018 CERIB – CS 10010 – 28233 Epernon Cedex

ISSN 0249-6224 – EAN 9782857553991

587.E – février 2026

Tous droits de traduction, d'adaptation et de reproduction  
par tous procédés réservés pour tous pays.

*Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de son article L. 122-5, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite » (article L. 122-4).*

*Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon exposant son auteur à des poursuites en dommages et intérêts ainsi qu'aux sanctions pénales prévues à l'article L. 335-2 du Code de la propriété intellectuelle.*

# Sommaire

---

<b>1. Synthèse générale de l'étude</b>	<b>5</b>
1.1. Domaine	5
1.2. Problématique	5
1.3. Intérêts et conséquences	5
<b>2. Dossier de l'étude</b>	<b>7</b>
2.1. Introduction	7
2.2. Principes et terminologie de base des vibrations de plancher	7
2.2.1. Généralités	7
2.2.2. Chargements dynamiques	8
2.2.3. Vibration translationnelle non amortie	12
2.2.4. Notion d'amortissement modale et d'amortissement critique	14
2.2.5. Excitation par force imposée et le phénomène de résonance	18
2.2.6. Masse Modale	23
2.2.7. Harmoniques	23
2.2.8. Moyenne quadratique (Root Mean Square RMS)	23
2.2.9. Valeur de dose de vibration (Vibration Dose Value V.D.V.)	24
2.3. Critères d'acceptabilité	24
2.3.1. Eurocode 5 : NF EN 1995-1-1	24
2.3.2. Circulaire du 23/07/86	26
2.3.3. Eurocode 3 : NF EN 1993-1-1	28
2.3.4. Norme ISO 2631	28
2.3.5. Norme ISO 10137	29
2.3.6. Norme BS 6472-1	31
2.3.7. Norme NF E90-020-1	32
2.3.8. Norme ASCE/SEI 7-16	32
2.3.9. Model code 2010	32
2.3.10. Guide n° 11 de l'AISC	33
2.3.11. Guide SCI P354	38
2.3.12. Guide CCIP-016	42
2.3.13. Guide HIVOSS (Human Induced Vibrations Of Steel Structures)	50
2.4. Méthodes simplifiées pour le calcul des propriétés modales	54
2.4.1. Module d'élasticité du béton	54
2.4.2. Etat de fissuration du béton	55
2.4.3. Masse du plancher	57
2.4.4. Calcul des grandeurs modales fondamentale - Approche analytique simplifiée	58
2.5. Exemples de calcul	85
2.5.1. Réponse dynamique d'une poutre soumise à l'action de la marche d'une personne	85
2.5.2. Vérification du critère d'acceptabilité sous une charge dynamique rythmique selon le guide AISC	99
2.5.3. Vérification de la réponse vibratoire d'une dalle alvéolée	102
2.6. Outils Excel VBA - VibroCheck	107
2.7. Conclusions	108

<b>Bibliographie</b>	<b>110</b>
<b>Annexes</b>	<b>112</b>
Annexe 1.    Fréquences propres des éléments plaques isotropes avec un bord libre	112
Annexe 2.    Comparaison entre l’outil EXCEL VibroCheck et la méthode d’éléments finis	115
a.    Cas des planchers à prédalles	115
b.    Cas des planches à dalles alvéolées	119
c.    Cas des planchers à poutrelles et entrevous	123
d.    Cas des dalles bidirectionnelles nervurées	126
Annexe 3.    Abaques pour les cas des planchers à prédalles	129
<b>Index des figures</b>	<b>134</b>
<b>Index des tableaux</b>	<b>137</b>

# 1. Synthèse générale de l'étude

---

## 1.1. Domaine

Cette étude analyse le comportement vibratoire des planchers en béton armé ou précontraint soumis aux sollicitations dynamiques engendrées par la marche des utilisateurs et les activités rythmiques (danse, saut, aérobique). Elle s'intéresse particulièrement à la méthode d'évaluation de la performance vibratoire de ces planchers sous l'effet de charges périodiques, transitoires et harmoniques.

## 1.2. Problématique

La problématique de cette étude découle des exigences de la norme NF EN 1990 (NF EN 1990, Mars 2003), qui stipule la nécessité de vérifier le comportement vibratoire des planchers à l'état limite de service pour assurer le confort des occupants. Selon l'annexe A de cette norme, il est essentiel de maintenir la fréquence naturelle des vibrations de toute structure ou élément structural au-dessus de seuils spécifiques pour éviter les nuisances vibratoires, en tenant compte de l'usage du bâtiment et de l'origine des vibrations.

Toutefois, cette norme ne spécifie pas de valeurs seuils précises à observer en fonction de l'usage du bâtiment, ni ne propose de méthodologies de calcul pour déterminer les fréquences fondamentales, et ne fournit pas non plus de recommandations spécifiques pour le calcul de ces valeurs.

Par conséquent, l'objectif de cette étude est de créer un document de référence pour évaluer le confort des occupants face aux vibrations induites par la marche ou d'autres activités rythmiques.

## 1.3. Intérêts et conséquences

Cette étude vise à présenter les divers critères utilisés pour évaluer le confort des occupants. Elle aboutira principalement à la réalisation d'exemples de calculs pratiques, ainsi qu'à l'élaboration d'un outil de calcul sous Excel, programmé en VBA, destiné à l'évaluation de la fréquence propre des planchers en béton armé (BA) et en béton précontraint (BP). Ces résultats constituent les apports majeurs de cette étude.



## 2. Dossier de l'étude

---

### 2.1. Introduction

Cette étude a deux objectifs principaux. Premièrement, il vise à guider les concepteurs dans la sélection d'un système de plancher en béton armé adapté lorsque les vibrations doivent être considérées. Deuxièmement, il propose des méthodes simplifiées pour identifier les caractéristiques essentielles des vibrations des planchers en béton armé, permettant ainsi d'évaluer si les vibrations attendues seront tolérables ou non.

Ce rapport est organisé en quatre sections principales. La première section aborde les notions fondamentales et la terminologie fréquemment utilisée dans l'analyse des vibrations de planchers. Elle vise à familiariser le lecteur avec les principes de base et le vocabulaire spécifique à ce domaine d'étude.

La deuxième section offre une présentation des critères d'acceptabilité en vigueur, en examinant les standards et recommandations à l'échelle internationale et nationale.

Dans la troisième section, nous détaillons la méthodologie de calcul des caractéristiques essentielles des divers types de planchers.

La quatrième et dernière section illustre cette méthodologie à travers des exemples pratiques de calculs.

Cette étude traite uniquement des sollicitations dues à la marche d'un individu et aux activités humains. Elle ne traite pas des sollicitations dues par exemple à des machines tournantes, des vibrations transmises au sol par le trafic, ou les actions du vent, entre autres.

### 2.2. Principes et terminologie de base des vibrations de plancher

#### 2.2.1. Généralités

Les planchers en béton armé sont fréquemment utilisés dans les bâtiments résidentiels, commerciaux et industriels. L'une des caractéristiques importantes à prendre en compte lors de la conception de ces planchers est leur comportement vibratoire.

Les charges d'exploitation, appliquées sur les planchers sont souvent des charges de type périodique et harmonique :

- **Charges d'exploitation périodiques :**

Les charges d'exploitation périodiques se répètent à intervalles réguliers dans le temps. Elles peuvent être causées par des activités humaines telles que la marche, la course, les mouvements de personnes, le passage de véhicules, etc.

- **Charges d'exploitation harmoniques :**

Les charges harmoniques sont des charges périodiques dont la fréquence est un multiple entier de la fréquence fondamentale. Par exemple, les vibrations d'une machine tournante comme un moteur ou une pompe peuvent générer des charges harmoniques sur le plancher à des fréquences spécifiques.

Ces charges peuvent être particulièrement préoccupantes car si leur fréquence coïncide avec la fréquence naturelle du plancher, cela peut entraîner une résonance et des vibrations amplifiées.

Les charges d'exploitation périodiques et harmoniques peuvent affecter le comportement vibratoire des planchers en béton armé de plusieurs manières :

1. Amplification des vibrations : si la fréquence des charges périodiques ou harmoniques correspond à la fréquence naturelle du plancher, cela peut entraîner une amplification des vibrations, conduisant à des niveaux de vibrations plus élevés que prévus ;
2. Fatigue des matériaux : les charges périodiques répétées peuvent entraîner une fatigue des éléments structuraux du plancher, ce qui peut à terme affecter la durabilité et la résistance de la structure ;
3. Endommagement potentiel : des vibrations excessives peuvent endommager les équipements sensibles tels que les appareils électroniques ;
4. **Confort des occupants : les charges d'exploitation périodiques ou harmoniques importantes peuvent provoquer des vibrations perceptibles et gênantes pour les occupants, affectant ainsi leur confort.**

Le comportement vibratoire des planchers en béton armé est souvent une problématique qui n'est pas suffisamment prise en compte dans les prescriptions standard lors de la conception d'un ouvrage. Et il n'existe pas de méthode communément admise permettant d'évaluer simplement cette performance pour les cas les plus courants.

## 2.2.2. Chargements dynamiques

Les charges d'exploitation générées par les activités humaines (marcher, courir, danser, sauter), appliquées sur les planchers, sont souvent de nature dynamique. Le système de plancher répond à ces charges dynamiques de manière complexe. Les charges dynamiques susceptibles d'être rencontrées dans un bâtiment peuvent être classifiées comme suit.

### 2.2.2.1. Charge harmonique

Les charges harmoniques produites par les humains résultent généralement d'activités répétitives ou rythmiques, telles que la marche, la course, le saut, ou la danse. Ces activités génèrent des forces qui varient de manière cyclique et prévisible, créant des oscillations qui peuvent se propager à travers les structures, comme les planchers. Les fréquences de ces sollicitations harmoniques dépendent de la vitesse, du poids de la personne, et de la manière dont le pied entre en contact avec le sol. La résonance peut survenir si l'une de ces fréquences harmoniques coïncide avec une fréquence propre de la structure du plancher, amplifiant potentiellement les vibrations et pouvant entraîner un inconfort pour les occupants ou, dans des cas extrêmes, des dommages à la structure. Ce type de charges peut être rencontré dans des environnements où de nombreuses personnes sont susceptibles de marcher ou de se déplacer de manière synchronisée, comme dans les stades, les salles de concert ou les gymnases.

La norme ISO 10137 (ISO 10137, 2007) propose, dans son annexe A, la relation suivante (Eq. 1) pour décrire l'action rythmique dans le domaine fréquentiel suivant la direction verticale.

$$F_v(t) = QC(N) \left( 1 + \sum_{n=1}^k \alpha_{n,v} \sin(2\pi nft + \phi_{n,v}) \right) \quad \text{Eq. 1}$$

Avec :

- $Q$  est la charge statique de la personne participant ou d'un groupe de participants ;
- $C(N)$  est le facteur de coordination ( $C(N) = 1$  dans le cas d'une seule personne ;
- $N$  est le nombre des participants ;
- $k$  est le nombre d'harmoniques qui caractérisent la sollicitation rythmique dans la plage de fréquences d'intérêt ;
- $\alpha_{n,v}$  est un coefficient dynamique correspondant à la  $n^{\text{ième}}$  harmonique, direction verticale ;

- $n$  est le multiple harmonique de la fréquence de pas ;
- $f$  est la fréquence de pas (excitation ou force harmonique) ;
- $t$  est le temps ;
- $\phi_{n,v}$  est l'angle de phase de la  $n^{\text{ème}}$  harmonique, direction verticale ;

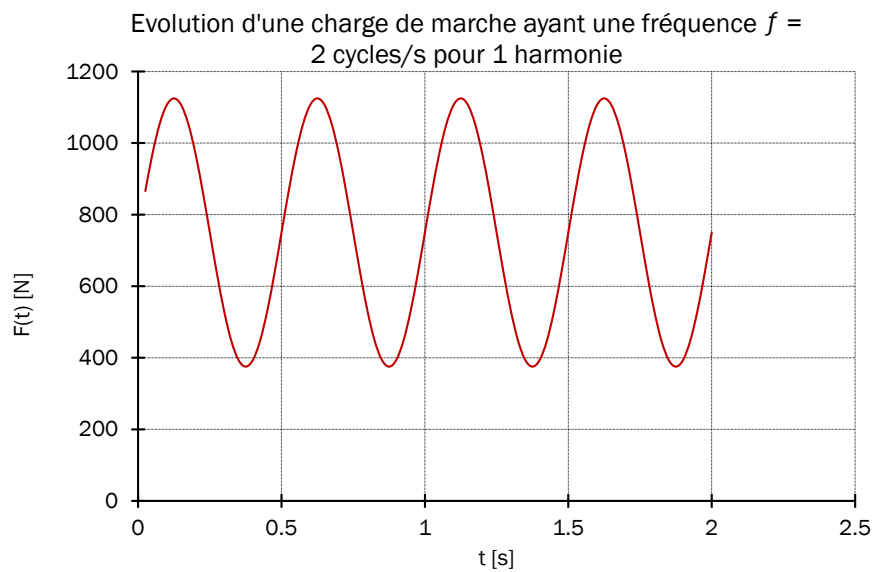
La norme ISO 10137 fournit des valeurs numériques pour ces différents paramètres selon la nature de l'activité. Par d'exemple, le tableau A.3 de ISO 10137 en figure 1 indique les valeurs des différents coefficients à prendre en compte pour la description d'une sollicitation dynamique  $F(t)$  induite par la marche et la course d'une seule personne. La figure 2 montrent un exemple de sollicitation dynamique de nature harmonique induite par un seul participant.

Table A.3 — Examples of design parameters for moving forces due to one person

Activity	Harmonic number, $n$	Common range of forcing frequency, $nf$ Hz	Numerical coefficient for vertical direction, $\alpha_{n,v}$	Numerical coefficient for horizontal direction, $\alpha_{n,h}$
Walking	1	1,2 to 2,4	$0,37(f-1,0)$	0,1
	2	2,4 to 4,8	0,1	
	3	3,6 to 7,2	0,06	
	4 <sup>a</sup>	4,8 to 9,6	0,06	
	5 <sup>a</sup>	6,0 to 12,0	0,06	
Running	1	2 to 4	1,4	0,2
	2	4 to 8	0,4	
	3	6 to 12	0,1	

<sup>a</sup> These higher harmonics are rarely significant where human perception is of concern, but may be important for more sensitive building occupancies such as vibration-sensitive instrumentation.

Figure 1 - Tableau A.3 de la norme ISO 10137



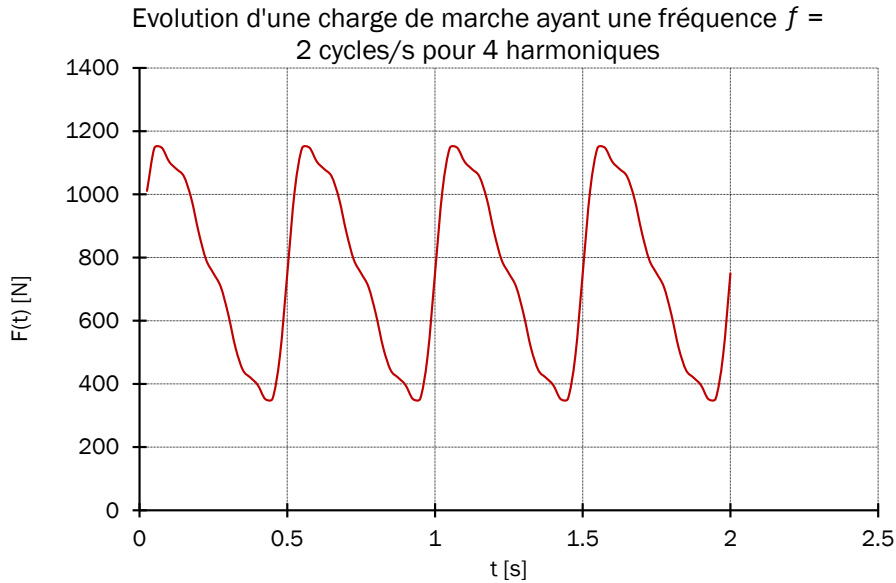


Figure 2 - Exemple de sollicitation harmonique induite par un seul participant d'un poids = 75 kg

### 2.2.2.2. Charge périodique

Les charges périodiques peuvent être causées par des activités humaines rythmiques telles que la danse et l'aérobic, ou par des machines qui génèrent des impacts répétitifs (voir figure 3). Une sollicitation périodique peut être décrite par la relation suivante :

$$F_v(t) = \frac{2Q}{\pi} \sin^{-1}(\sin(2\pi ft)) \quad \text{Eq. 2}$$

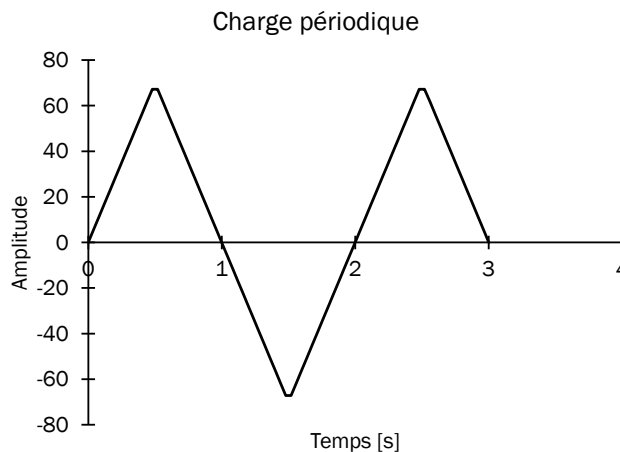


Figure 3 - Exemple d'un chargement périodique avec une période  $T = 2$  s.

### 2.2.2.3. Impulsion unique

Une charge impulsive se produit et se dissipe très rapidement, comme illustré dans la figure 4. Les impacts de chute de talon d'une personne marchant ou l'impact d'un seul saut sont des exemples de charges impulsives sur un système de plancher.

Les pulsations uniques résultent :

- Des personnes sautant depuis des marches d'escaliers ou des étages ;
- Des objets tombants accidentellement ou délibérément sur le plancher, ou ;
- Une action coordonnée unique (par exemple lors d'un événement sportif).

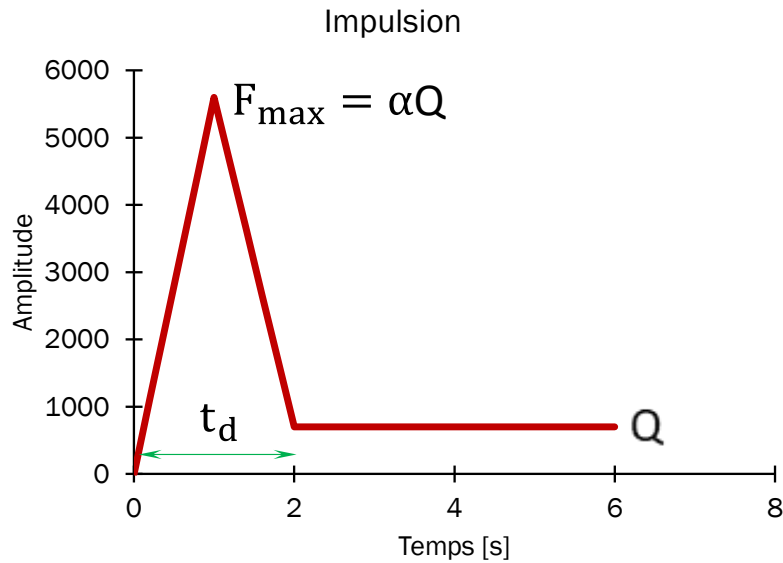


Figure 4 - Exemple d'une charge impulsive

La norme ISO 10137 (ISO 10137, 2007) propose, dans son annexe A, la relation suivante (Eq. 3) pour décrire l'impulsion de force idéalisée résultant d'une personne sautant de différentes hauteurs.

$$F(t) = \begin{cases} 2\alpha Q t/t_d & \text{pour } 0 \leq t \leq t_d/2 \\ Q(1 - \alpha) \left(2t/t_d - 1\right) + \alpha Q & \text{pour } t_d/2 \leq t \leq t_d \\ Q & \text{pour } t \geq t_d \end{cases} \quad \text{Eq. 3}$$

Avec :

- $t_d$  est la durée de l'impulsion en s ;
- $\alpha = \frac{F_{max}}{Q}$  est le ratio entre la force maximale (amplitude maximale) et le poids d'une personne Q.

Le tableau A.5 de ISO 10137, en Figure 5, indique les valeurs des différents coefficients à prendre en compte pour la description d'une sollicitation dynamique F(t) induite par un choc ou une impulsion.

**Table A.5 — Exemples of the ratio  $F_{max}/Q$  and duration  $t_d$  for jumping by one person from various heights  $h$**

$h$ (m)	0,20	0,40	0,60	0,80
$F_{max} / Q$	8	10	12	14
$t_d$ (s)	0,05	0,04	0,03	0,02

Figure 5 - Tableau A.5 de la norme ISO 10137

#### 2.2.2.4. Charge dynamique transitoire

Les charges transitoires, souvent associées au déplacement des personnes, notamment lorsqu'elles marchent ou courent, sont caractérisées par leur nature temporaire et changeante. Contrairement aux charges statiques ou permanentes qui restent constantes avec le temps, les charges transitoires varient en intensité, direction et point d'application en fonction des mouvements des individus.

Lorsque quelqu'un marche ou court sur une structure, comme un plancher ou un pont, chaque pas génère une force qui agit sur la structure pour une courte durée. Ces forces peuvent varier considérablement en fonction de plusieurs facteurs, tels que la vitesse de marche ou de course, le poids de la personne, la technique de marche ou de course, et même le type de chaussures portées.

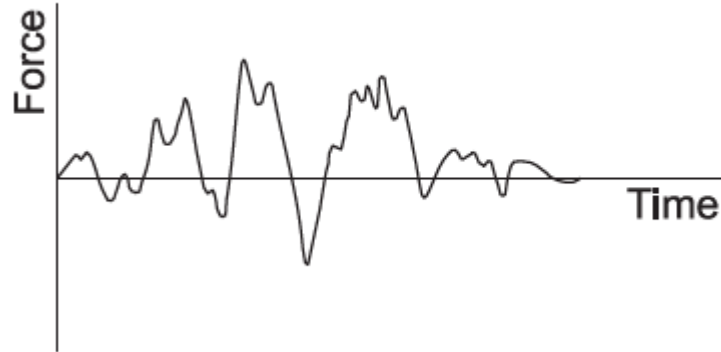


Figure 6 - Exemple d'une charge dynamique transitoire

### 2.2.3. Vibration translationnelle non amortie

La vibration translationnelle est un type de mouvement oscillatoire linéaire où un corps se déplace d'avant en arrière autour d'une position d'équilibre.

Lorsqu'un élément structurel ou un système est déplacé de sa position d'équilibre et relâché, l'énergie potentielle stockée dans le système est convertie en énergie cinétique alors que le système tente de se restaurer à sa condition d'équilibre. En raison de l'énergie cinétique acquise par sa masse, le système dépassera la position d'équilibre et le transfert d'énergie sera inversé tandis que sa rigidité (liée à sa raideur flexionnelle et conditions aux limites) essaiera d'arrêter sa masse. S'il n'y a aucun élément capable de dissiper l'énergie, l'oscillation autour de la position d'équilibre continuera indéfiniment. Ceci est défini comme une vibration libre parce que le système est libre de toutes forces externes

Pour illustrer la notion de vibration translationnelle, prenons l'exemple d'une masse  $m$  reliée à un ressort de raideur  $k$ , dont l'autre extrémité est fixée à un support rigide fixe (voir figure 7).

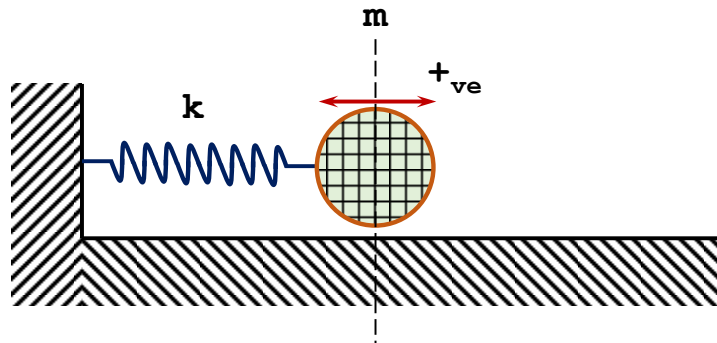


Figure 7 : Système non amorti à 1 DDL (degré de liberté)

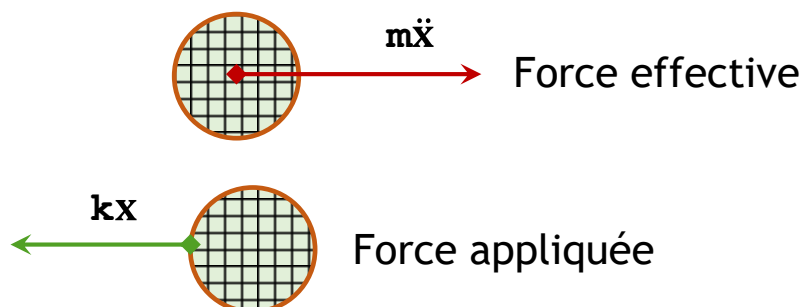


Figure 8 - Forces appliquées sur la masse  $m$

La réponse vibratoire de la masse est exprimée par la prise en compte de l'équilibre dynamique des forces, s'exerçant sur la masse lorsque cette dernière occupe la position déformée définie par  $d(t)$  à un instant  $t$  donné et est soumise aux forces horizontales suivantes (cf. figure 8) :

- Une force de rappel élastique exercée par le ressort de raideur  $k$ , qui est proportionnelle au déplacement relatif  $d(t)$  ;

$$F_e(t) = kd(t) = kx(t) \quad \text{Eq. 4}$$

- Une force d'inertie développée par la masse  $m$ , qui est proportionnelle à l'accélération  $a(t)$  ;

$$F_a(t) = ma(t) = m\ddot{x}(t) \quad \text{Eq. 5}$$

En écrivant l'équilibre des forces, on obtient :

$$F_a(t) = -F_e(t) \Rightarrow kx(t) + m\ddot{x}(t) = 0$$

Ou

$$\ddot{x}(t) + \left(\frac{k}{m}\right)x(t) = 0 \quad \text{Eq. 6}$$

Où  $x$  représente le déplacement de la masse par rapport à sa position d'équilibre statique.

Les différents mouvements résultant de la vibration libre peuvent être représentés en fonction du temps, mettant en évidence les périodes et les fréquences associées qui dépendent habituellement de la masse et de la raideur du système. Dans le cas de la vibration des planchers, c'est la fréquence naturelle la plus basse (fréquence fondamentale), est généralement la plus importante.

La solution générale de l'équation du mouvement (Eq. 6) s'exprime alors sous la forme générale suivante :

$$x(t) = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t) \quad \text{Eq. 7}$$

Avec :

$\omega$  est la pulsation propre du système, définie par

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ [rad/s]} \quad \text{Eq. 8}$$

En outre, la fréquence propre et la période propre du système s'expriment par

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ [Hz ou cycles/s]} \quad \text{Eq. 9}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \text{ [s]} \quad \text{Eq. 10}$$

A et B sont des inconnues déterminées par une analyse des conditions initiales, pour le déplacement et la vitesse.

*Note : une forme modale est définie comme le tracé de l'amplitude de chaque point dans le système lorsqu'il subit une vibration libre. Chaque fréquence naturelle a une forme modale qui lui est associée.*

### 2.2.4. Notion d'amortissement modale et d'amortissement critique

La notion d'amortissement fait référence à la diminution de l'amplitude des oscillations dans un système mécanique, due principalement à la dissipation d'énergie (par exemple, la transformation de l'énergie mécanique en chaleur (frottement) ou à sa dispersion sous d'autres formes. Cet effet peut résulter de forces internes (amortissement visqueux intrinsèque) ou externes (dispositifs d'amortissement) et joue un rôle essentiel dans la réduction des vibrations indésirables dans le système. L'amortissement modal est souvent exprimé en pourcentage de l'amortissement critique, qui est définie comme l'amortissement visqueux minimal nécessaire pour qu'un système en vibration libre retourne à sa position d'équilibre sans osciller.

La force d'amortissement visqueux est proportionnelle à la vitesse, et elle s'oppose toujours au mouvement.

Pour illustrer la notion de l'amortissement critique, prenons l'exemple d'une masse  $m$  reliée à un ressort de raideur  $k$  avec un amortisseur visqueux  $c$ , illustré sur la figure 9.

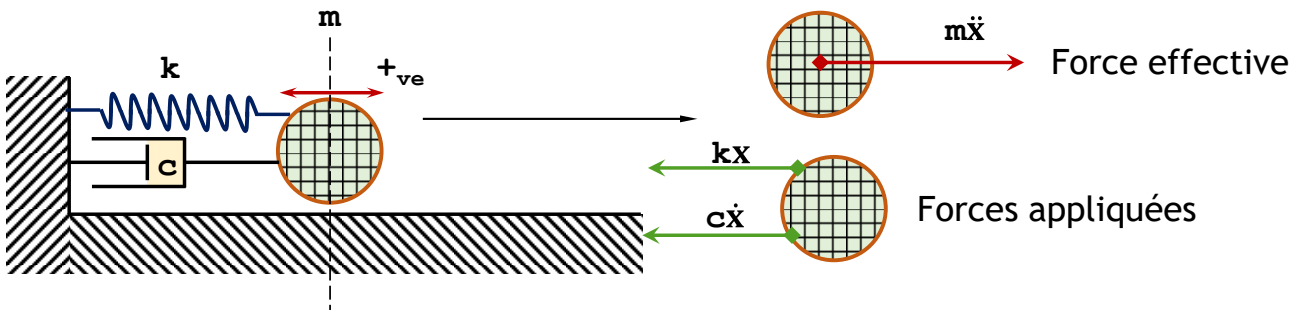


Figure 9 - Système amorti à 1 DDL (degré de liberté) - Masse-ressort avec amortisseur visqueux

Pour ce système, la force d'amortissement  $F_c(t)$  induite sur la masse  $m$  s'écrit sous la forme :

$$F_c(t) = cv(t) = c\dot{x}(t) \quad \text{Eq. 11}$$

où  $c$  représente la constante d'amortissement et  $\dot{x}(t) = v(t)$  est la vitesse de la masse  $m$ .

L'équation du mouvement de la masse  $m$  s'écrit alors :

$$F_a(t) + F_c(t) = -F_e(t) \Rightarrow kx(t) + c\dot{x}(t) + m\ddot{x}(t) = 0 \quad \text{Eq. 12}$$

Ou

$$\ddot{x}(t) + \left(\frac{c}{m}\right)\dot{x}(t) + \left(\frac{k}{m}\right)x(t) = 0$$

La solution générale de cette équation différentielle peut s'écrire sous la forme suivante :

$$x(t) = Ae^{s_1 t} + Be^{s_2 t} \quad \text{Eq. 13}$$

Avec :

$$s_{1(2)} = -\frac{c}{2m} \mp \frac{\sqrt{c^2 - 4mk}}{2m} = \left(-\xi \mp \sqrt{\xi^2 - 1}\right) \omega$$

L'amortissement critique du système est défini par la relation suivante :

$$c_c = 2\sqrt{km} = 2m \omega$$

Avec :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ [rad/s]} \tag{Eq. 14}$$

Le taux d'amortissement  $\xi$ , également appelé coefficient d'amortissement modal, est déterminé par la relation suivante :

$$\xi = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2\sqrt{km}} \tag{Eq. 15}$$

La réponse du système amorti dépend clairement de si  $\xi$  est positif ou négatif, et de si  $\xi$  est supérieur, égal, ou inférieur à 1. Habituellement,  $\xi$  est positif, donc nous avons seulement besoin de considérer les autres possibilités.

- Cas n°1 - Mouvement sur-amorti :  $\xi > 1$ , l'amortissement est supérieur à l'amortissement critique du système. Dans ce cas, le mouvement est apériodique : il n'y a pas de vibrations, comme illustré sur la figure 10.

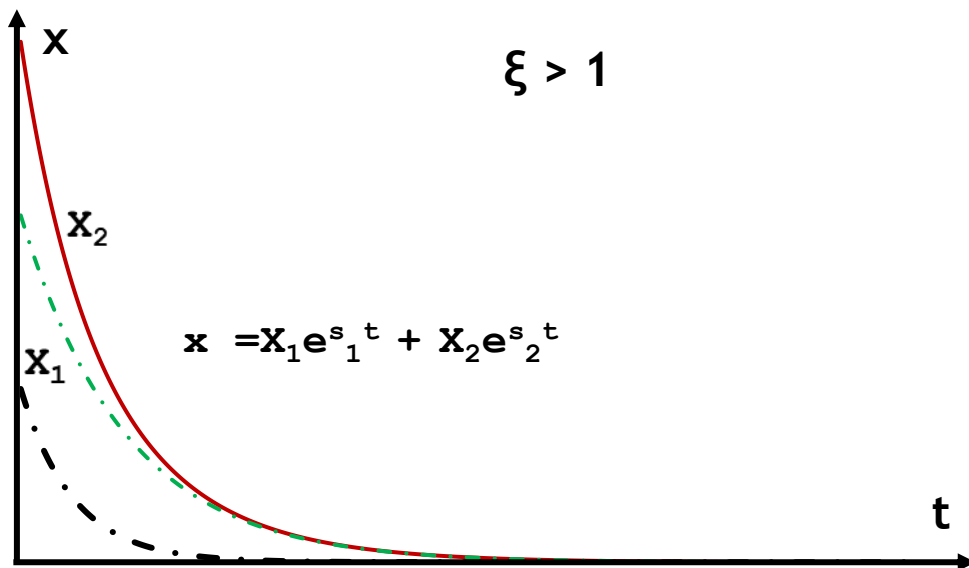


Figure 10 - Réponse d'un système amorti avec  $\xi > 1$

- Cas n°2 - Mouvement critique :  $\xi = 1$ , l'amortissement est égal à l'amortissement critique du système. Dans ce cas, le mouvement est apériodique : il n'y a pas de vibrations, comme illustré sur la figure 11.

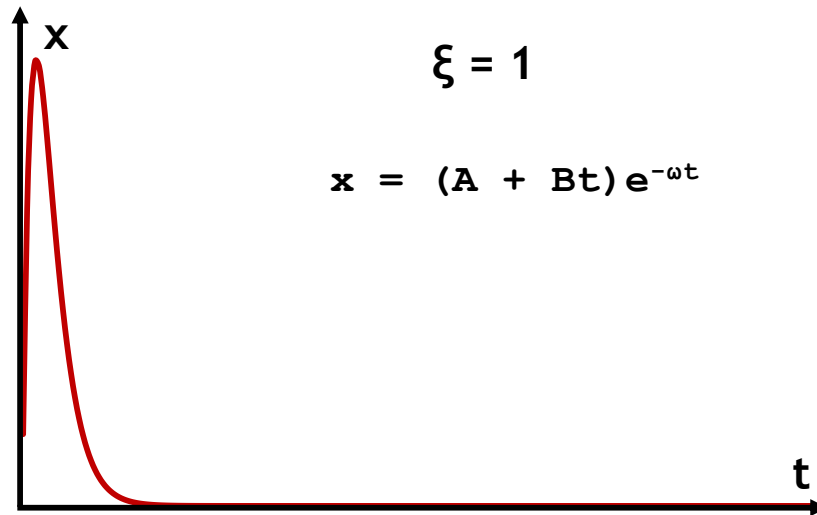


Figure 11 - Réponse d'un système amorti avec  $\xi = 1$

- Cas n°3 - Mouvement sous-amorti :  $\xi < 1$ , l'amortissement est égal à l'amortissement critique du système. Dans ce cas, le mouvement est périodique et l'amplitude des oscillations suit une décroissance exponentielle, comme illustré sur la figure 12.

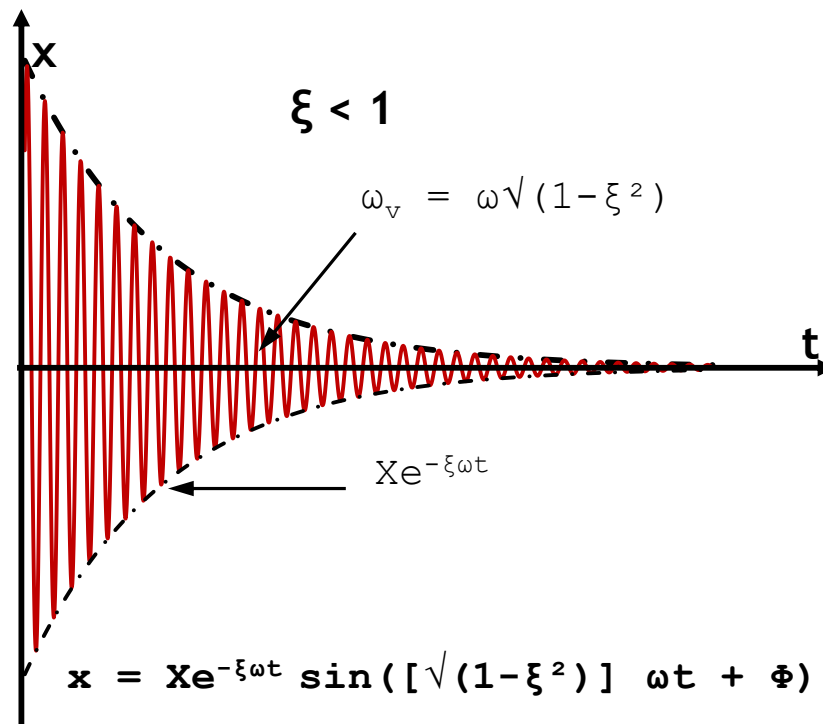






Figure 12 - Réponse d'un système amorti avec  $\xi < 1$

Ce troisième cas est celui couramment rencontré dans le domaine du génie civil, caractérisé par un taux d'amortissement compris entre 2 % et 5 %. Des exemples de valeurs recommandées, telles que présentées dans la littérature, sont illustrés dans les figures 13 à 15.

Le taux d'amortissement d'un plancher peut varier en fonction de plusieurs facteurs. L'ajout d'éléments non structurels tels que des cloisons, des faux-plafonds et des meubles peut augmenter l'amortissement en ajoutant de la masse et en créant des interactions supplémentaires qui dissipent l'énergie.

Le taux d'amortissement modal d'un système de plancher dépourvu d'éléments non structurels, tels que cloisons, plafonds et meubles, par exemple, peut être nettement inférieur à celui des systèmes où ces éléments sont présents.

Figure 2: Office Fit-Outs and Recommended Damping Ratios		
<b>Traditional Office. Full-height partitions running parallel to the beam span.</b>		
	<b>With</b> suspended ceiling and ductwork attached below the slab. Estimated actual dead load: 4 psf Estimated actual floor live load: 11 psf Estimated actual partition load: 4 psf	<b>Effective Damping: <math>\beta = 5\%</math></b> Full-height partitions running perpendicular to the beam span will provide sufficient damping to eliminate floor-vibration problems, and the damping ratio need not be considered.
	<b>Without</b> suspended ceiling or ductwork attached below the slab. Estimated actual dead load: 4 psf Estimated actual floor live load: 11 psf Estimated actual partition load: 4 psf	<b>Effective Damping: <math>\beta = 5\%</math></b> Full-height partitions running perpendicular to the beam span will provide sufficient damping to eliminate floor-vibration problems, and the damping ratio need not be considered.
<b>Electronic Office. Nearly no paperwork. Limited numbers of file cabinets. No full-height partitions.</b>		
	<b>With</b> suspended ceilings and ductwork attached below the slab. Estimated actual dead load: 4 psf Estimated actual floor live load: 8 psf Estimated actual partition load: 0 psf	<b>Effective Damping: <math>\beta = 2 - 2.5\%</math></b>
	<b>Without</b> suspended ceilings or ductwork attached below the slab. Estimated actual dead load: 1-2 psf Estimated actual floor live load: 8 psf Estimated actual partition load: 0 psf	<b>Effective Damping: <math>\beta = 2\%</math></b>
<b>Open Office. Cubicles and no full-height partitions.</b>		
	<b>With</b> suspended ceiling and ductwork attached below the slab. Estimated actual dead load: 4 psf Estimated actual floor live load: 8 psf Estimated actual partition load: 0 psf	<b>Effective Damping: <math>\beta = 2.5 - 3\%</math></b>
	<b>Without</b> suspended ceiling or ductwork below the slab. Estimated actual dead load: 2 psf Estimated actual floor live load: 8 psf Estimated actual partition load: 0 psf	<b>Effective Damping: <math>\beta = 2 - 2.5\%</math></b>
<b>Office Library. Full-height bookcases in heavily loaded room.</b>		
	<b>With</b> suspended ceiling and ductwork attached below the slab. Estimated actual dead load: 4 psf Estimated actual floor live load: 11-15 psf Estimated actual partition load: 0 psf	<b>Effective Damping: <math>\beta = 3 - 4\%</math></b>
	<b>Without</b> suspended ceiling or ductwork attached below the slab. Estimated actual dead load: 4 psf Estimated actual floor live load: 11-15 psf Estimated actual partition load: 0 psf	<b>Effective Damping: <math>\beta = 3\%</math></b>

All office photos courtesy Steelcase.

Figure 13 - Taux d'amortissement modal dans les cas de bureaux recommandés dans (M. Hewitt & M. Murray, 2044)

Component	Ratio of Actual Damping-to-Critical Damping, $\beta_i$
Structural system	0.01
Ceiling and ductwork	0.01
Electronic office fit-out	0.005
Paper office fit-out	0.01
Churches, schools and malls	0.0
Full-height dry wall partitions in bay	0.02 to 0.05*

\*Depending on the number of partitions in the bay and their location; nearer the center of the bay provides more damping.

Figure 14 - Taux d'amortissement modal recommandés dans le guide n° 11 de l'AISC (AISC (American Institute of Steel Construction), 2016).

**Table B.2 — Examples of damping values for the fundamental mode of floors in buildings**

Type of floor	Range of spans for damping ratios given <i>m</i>	Damping ratio $\xi$ % of critical		
		Typical range	Extreme range	Values for preliminary design of bare floors
Steel joist/concrete slab simply supported	9 to 15	0,8 to 3,0	0,6 to 7,4	1,3
Steel joist/concrete slab, continuous slab construction across walls	4 to 8	1,0 to 5,0	0,8 to 8,6	1,5
Fully composite steel beams with shear connectors to concrete slab	6 to 20	1,5 to 5,0	0,5 to 8,0	1,8
Prestressed concrete, precast	2 to 15	0,8 to 3,0	0,5 to 6,5	1,3
Reinforced concrete, monolithic	5 to 15	1,0 to 3,0	0,6 to 5,0	1,5
Wood joist floors	2 to 9	1,5 to 4,0	1,0 to 5,5	2,0

NOTE Damping ratios depend on the type of construction, material, presence of non-structural elements, age, quality of construction, and amplitude and frequency of vibration. For concrete structures, the presence or absence of cracks is also significant. For any form of construction, the type of joint and the type of bearing employed play an important role in damping. For floors, the presence of some floor and ceiling finishes and partitions can increase the damping considerably.

Figure 15 - Taux d'amortissement modal pour les différents types de planchers selon la norme ISO 10137 (ISO 10137, 2007).

## 2.2.5. Excitation par force imposée et le phénomène de résonance

Considérons le mouvement d'une masse  $m$  excitée par une force d'intensité  $F\cos(\nu t)$ , connectée à un ressort de raideur  $k$  et à un amortisseur visqueux d'amortissement  $c$  (cf. figure 16). Le système est considéré faiblement amorti avec un coefficient d'amortissement modal  $\xi \ll 1$ .

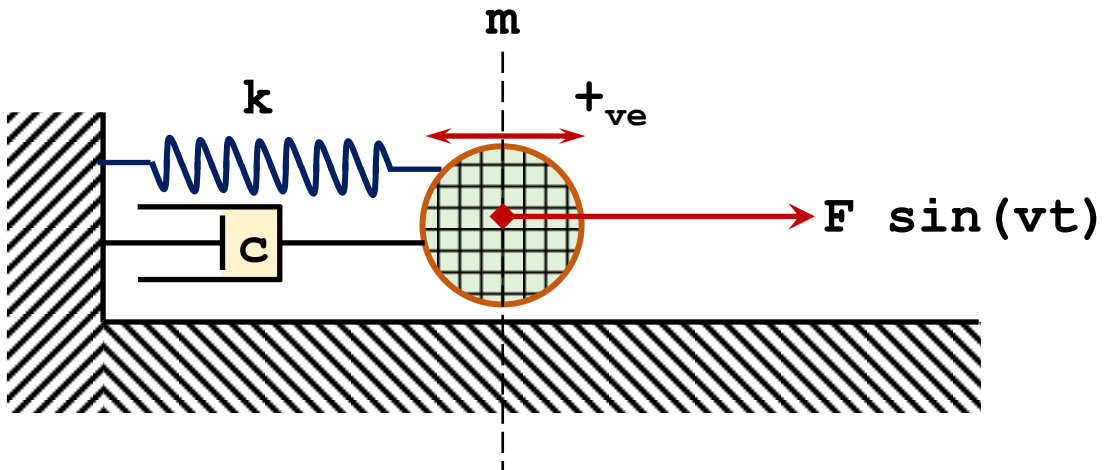


Figure 16 - Système amorti à 1 DDL excitée par une force harmonique  $F \cos(vt)$

L'équation du mouvement de la masse  $m$  s'écrit alors :

$$F_a(t) + F_c(t) = -F_e(t) + F \sin(vt) \Rightarrow kx(t) + c\dot{x}(t) + m\ddot{x}(t) = F \sin(vt)$$

Eq. 16

Ou

$$\ddot{x}(t) + \left(\frac{c}{m}\right)\dot{x}(t) + \left(\frac{k}{m}\right)x(t) = \frac{F}{m} \sin(vt)$$

La solution de l'équation de mouvement peut s'écrire sous la forme d'une combinaison de la solution générale de l'équation différentielle (c.à.d. l'Eq. 12) et d'une solution particulière. La solution générale de l'équation différentielle représente un mouvement oscillant d'amplitude décroissante dans le temps ( $c > 0$ ), devenant négligeable à long terme ; on parle dans cette condition de régime stationnaire. La solution particulière est la réponse stationnaire du système sous la force harmonique imposée. La Figure 17 montre la réponse combinée du système sous la force harmonique imposée.

Solution particulière : mouvement en régime permanent (stationnaire)

$$x_1(t) = X \sin(vt - \Phi)$$

Solution générale de l'équation différentielle : Vibration libre (transitoire) :

Eq. 17

$$x_2(t) = Ae^{s_1 t} + Be^{s_2 t}$$

Solution finale :

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t)$$

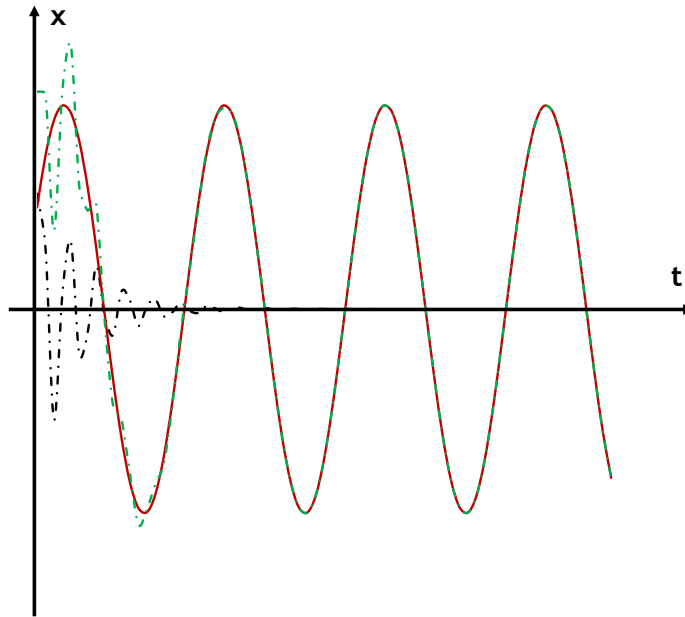


Figure 17 - Réponse combiné d'un système soumis à un Vibration forcée

Avec :

- $\Phi$  est le déphasage entre l'excitation et la réponse du système ;
- $v$  est la pulsation propre de la force exercée ;
- $X$  est amplitude du mouvement.

En insérant la solution particulière dans l'Eq. 16, on obtient alors :

$$mXv^2 \sin(vt - \Phi + \pi) + cXv \sin\left(vt - \Phi + \frac{\pi}{2}\right) + kX \sin(vt - \Phi) = F \sin(vt) \quad \text{Eq. 18}$$

Un diagramme vectoriel des forces peut maintenant être dessiné (voir figure 18).

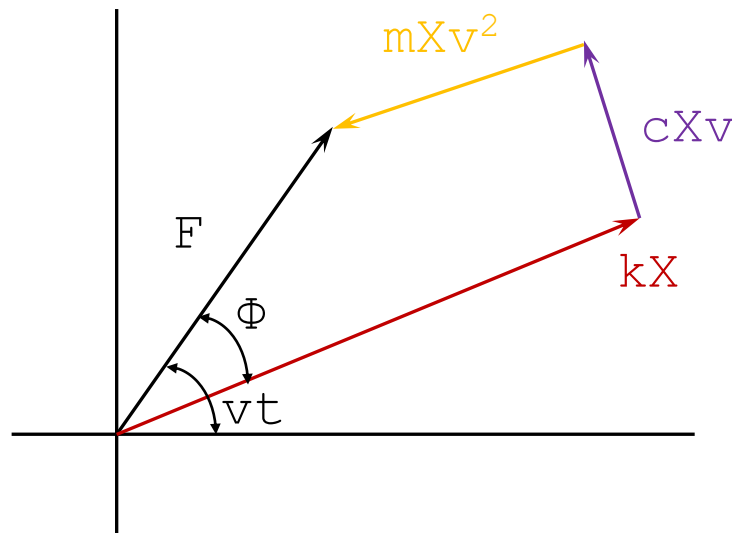


Figure 18 - Diagramme vectoriel des forces appliquées sur la masse d'un système soumis à une force harmonique  $F\cos(vt)$

D'après le diagramme,

$$F = (kX - mXv^2)^2 + (cXv)^2 \Rightarrow X = \frac{F}{\sqrt{((k - mv^2)^2 + (cv)^2)}} \quad \text{Eq. 19}$$

$$\Rightarrow \frac{X}{X_s} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{v}{\omega}\right)^2\right)^2 + \left[2\xi \frac{v}{\omega}\right]^2}}$$

Avec

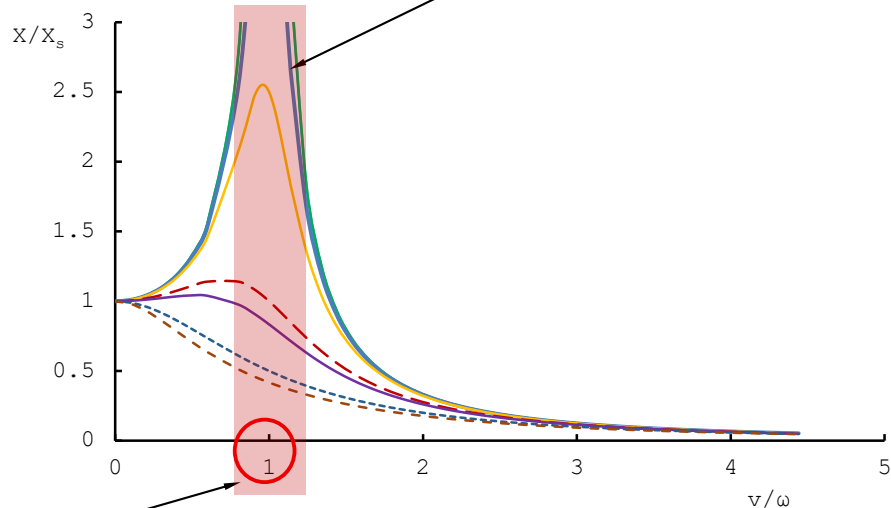
$X_s = \frac{F}{k}$  représente la déformation statique sous la force F (partie statique de la réponse).

et

$$\Phi = \tan^{-1}\left(\frac{cv}{(k - mv^2)}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2\xi \frac{v}{\omega}}{\left(1 - \left(\frac{v}{\omega}\right)^2\right)}\right) \quad \text{Eq. 20}$$

Le ratio  $\frac{X}{X_s}$  est le coefficient d'amplification dynamique et X représente l'amplitude dynamique. Les variations en fréquences du coefficient d'amplification dynamique et du déphasage sont tracées sur les figures pour différentes valeurs du taux d'amortissement  $\xi$ , en fonction de la fréquence adimensionnée  $v/\omega$ .

Relation entre l'amortissement, le rapport de fréquences et l'amplification dynamique



Résonance !!

$$\omega = v/\sqrt{(1 - 2\xi^2)}$$

ou

$$f = f_0/\sqrt{(1 - 2\xi^2)}$$

Figure 19 - Variation fréquentielle du coefficient d'amplification dynamique dans le cas d'une excitation par force harmonique imposée

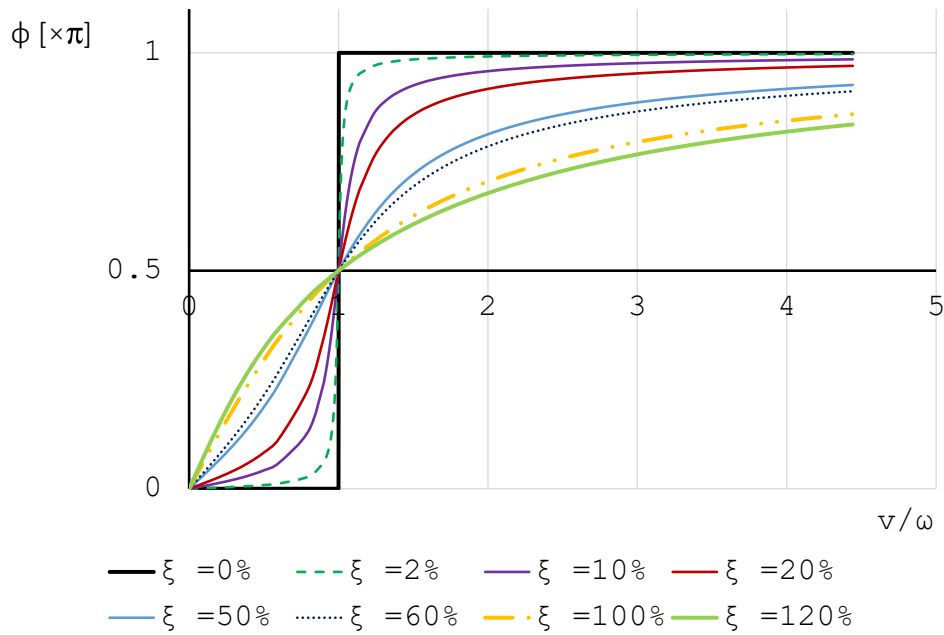


Figure 20 - Variation fréquentielle du déphasage

Les résultats observés peuvent être résumés de la manière suivante :

1. Lorsque  $\nu/\omega \rightarrow 0$ , l'amplitude du déplacement approche la réponse statique ;
2. Lorsque  $\nu/\omega \rightarrow 1$ , l'amplitude du déplacement devient très importante. Cela signifie qu'une petite force harmonique peut produire une grande amplitude de vibration. Ce phénomène est connu sous le nom de **résonance**. Il se produit lorsque la fréquence de la force imposée est égale à la fréquence naturelle du système. La valeur maximale de l'amplification dynamique  $X/X_s$  se produit en réalité pour des valeurs de  $\nu/\omega$  inférieures à l'unité : la valeur peut être trouvée en dérivant l'équation Eq. 19 par rapport à  $\nu/\omega$  :

$$(\nu/\omega)_{(X/X_s)_{max}} = \sqrt{(1 - 2\xi^2)} \cong 1 \text{ pour } \xi \ll 1$$

Ou

Fréquence de résonance  $f_{re}$

$$f_{re} = \frac{f_0}{\sqrt{(1 - 2\xi^2)}} \tag{Eq. 21}$$

Avec :

$$f_0 = \frac{\nu}{2\pi} \text{ et } f_{re} = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$(X/X_s)_{max} = \frac{1}{2\xi\sqrt{(1 - 2\xi^2)}} \tag{Eq. 22}$$

Pour  $\xi \ll 1$

$$(X/X_s)_{max} = \frac{1}{2\xi}$$

3. Le déphasage entre l'excitation et la réponse de la masse varie de 0 (cas où la réponse et l'excitation sont en phase) à  $\pi$  (cas où la réponse et l'excitation sont en opposition de phase). Cette variation est d'autant plus brusque que le taux d'amortissement est faible. Pour la fréquence de résonance, les signaux sont en quadrature de phase.

### 2.2.6. Masse Modale

La masse modale peut être interprétée comme une fraction de la masse totale du système (plancher par exemple), sollicitée lorsque ce dernier oscille selon une déformée spécifique. En d'autres termes, c'est la fraction de la masse qui se déplacerait à la fréquence du mode considéré. Chaque mode de vibration a donc une fréquence propre et une masse modale.

Pour le calcul de la masse modale, le mode doit être connu et normalisé par rapport à la déformation maximale. Si le mode vibratoire d'un plancher (élément plaque) peut être approché par une fonction normalisée  $\delta_i(x, y) = \frac{d_i(x, y)}{d_{i(x, y)_{max}}}$ , la masse modale correspondante se calcul par :

$$M_{mod,i} = \mu \iint_{x,y} \delta_i^2(x, y) dx dy \quad \text{Eq. 23}$$

Où :

- $\mu$  est la masse uniformément répartie sur la surface du plancher ;
- $\delta_i(x, y)$  est la déformée modale normalisée en un point de coordonnées (x,y) de la surface du plancher.

D'un point de vue dynamique, chaque mode de vibration numéro  $i$  peut se présenter par un système équivalent à 1 DDL (masse-ressort avec ou sans amortissement) ayant la même loi de comportement que le système initial étudié (même fréquence propre, même raideur). La masse modale de ce mode correspond alors à la masse nécessaire pour que le système équivalent atteigne la même fréquence propre. Cette masse peut être calculée par la relation suivante :

$$f_i = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{M_{mod,i}}} \Rightarrow M_{mod,i} = \frac{k}{4\pi^2 f_i^2} \quad \text{Eq. 24}$$

### 2.2.7. Harmoniques

Par définition, une harmonique d'une fréquence est toute fréquence supérieure qui est égale à la fréquence fondamentale multipliée par un entier.

### 2.2.8. Moyenne quadratique (Root Mean Square RMS)

La valeur efficace (aussi dite RMS ou Root Mean Square) d'un signal, variable au cours du temps, est une représentation de l'énergie totale du signal. Cette valeur efficace ne peut être calculée que si le signal est une grandeur périodique.

La valeur de RMS d'un signal d'accélération est utilisée dans plusieurs guides comme indicateur pour évaluer le comportement vibratoire des éléments structuraux par comparaison avec des valeurs seuils.

La valeur RMS  $a_w$  d'un signal  $a_w(t)$  est évaluée par la relation de l'Eq. 25, selon la norme ISO 2631-1 (ISO 2631-1, 1997) :

$$a_w = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [a_w(t)]^2 dt} \quad \left[ \frac{m}{s^2} \right] \quad \text{Eq. 25}$$

Où :

- $a_w(t)$  est la valeur de l'accélération translationnelle en fonction du temps, exprimée en  $m/s^2$  ;
- $T$  est la durée d'observation (doit être au moins égale à la durée nécessaire pour couvrir un cycle complet d'accélération).

Pour des intervalles de mesure constants, on peut calculer la valeur RMS  $a_w$  en utilisant l'Eq. 26 :

$$a_w = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [a_{w,i}]^2} \quad [m/s^2] \quad \text{Eq. 26}$$

Les valeurs de l'accélération RMS pour les trois formes courantes des ondes (sinusoïdale, triangulaire et carrée) sont données dans tableau 1.

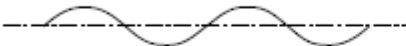
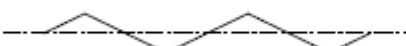
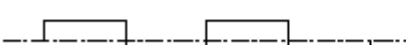
Waveform		$a_{peak}$	$a_{rms}$
	Sine	1	$1/\sqrt{2}$
	Triangular	1	$1/\sqrt{3}$
	Square	1	1

Tableau 1 - Accélération RMS de différentes formes des ondes

### 2.2.9. Valeur de dose de vibration (Vibration Dose Value V.D.V.)

La valeur de dose de vibration (VDV) est un indicateur qui prend en compte l'amplitude et la durée de la vibration, et est plus sensible aux vibrations de courte durée et de forte amplitude que la mesure de RMS. C'est un paramètre permettant d'évaluer la probabilité que les occupants du bâtiment trouvent les vibrations gênantes ou dérangeantes.

La valeur VDV (ou R.M.Q. Root Mean Quad) d'un signal  $a_w(t)$  est évaluée par la relation de l'Eq. 27, selon la norme ISO 2631-1 (ISO 2631-1, 1997) :

$$VDV = \sqrt[4]{\int_0^T [a_w(t)]^4 dt} \quad [m/s^{1.75}] \quad \text{Eq. 27}$$

Où :

- $a_w(t)$  est la valeur de l'accélération translationnelle en fonction du temps, exprimée en  $m/s^2$  ;
- $T$  est la durée d'observation.

## 2.3. Critères d'acceptabilité

Dans cette section, nous présentons les différents critères d'acceptabilité concernant le comportement vibratoire des planchers, disponibles dans les guides et normes internationaux et nationaux.

### 2.3.1. Eurocode 5 : NF EN 1995-1-1

L'Eurocode 5 (NF EN 1995-1-1, 2005) fournit des relations et des critères pour la conception de planchers résidentiels en bois afin de minimiser les vibrations indésirables.

Ces planchers doivent satisfaire les exigences suivantes (valables pour des planchers résidentiels de fréquence fondamentale  $f_1 > 8$  Hz) :

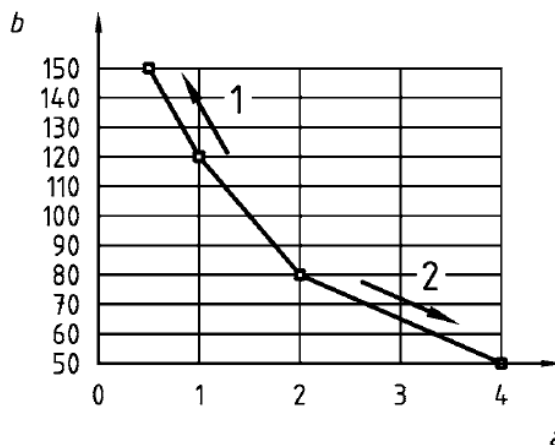
$$\frac{W}{F} \leq a \quad \left[ \frac{mm}{kN} \right] \quad \text{Eq. 28}$$

$$v \leq b f_1^{\xi-1} \quad \left[ \frac{m}{Ns^2} \right]$$

Où :

- $\xi$  : coefficient d'amortissement modal = 0.01 (valeur recommandée par l'EC5) ;
- $v$  : réponse en vitesse à une impulsion unitaire (vitesse vibratoire maximale initiale du plancher (mm/s) causée par une impulsion unitaire idéale (1Ns) appliquée au point du plancher donnant une réponse maximale ;
- $W$  : flèche verticale maximale instantanée causée par un effort concentrée vertical statique  $F$  appliqué en un point quelconque du plancher, tenant compte de la distribution des charges.

Les valeurs recommandées de  $a$  et  $b$  sont données sur la figure 21.



Clé :

- 1 Meilleure performance
- 2 Performance plus faible

Figure 21 - Valeurs et ratios recommandés pour  $a$  et  $b$  (figure 7.2 de la norme NF EN 1995-1-1 (NF EN 1995-1-1, 2005))

L'annexe nationale de la norme NF EN 1995-1-1 (NF EN 1995-1-1, 2005) (NF EN 1995-1-1/NA, 2010) recommande les valeurs suivantes :

- $a = (1,3 \pm 0,3)$  mm/kN pour un confort normal pour un plancher résidentiel d'usage courant. La valeur de  $b$  se déduit sur la courbe ;
- $a < 3$  pour autre niveau de confort.

Selon la norme NF EN 1995-1-1 (NF EN 1995-1-1, 2005), les calculs doivent être réalisés en supposant que le plancher n'est pas chargé, c'est-à-dire en ne considérant que la masse qui correspond au poids propre du plancher et aux autres actions permanentes [EC5, §7.3.3(3)]. Pour un plancher rectangulaire  $\ell \times b$ , simplement appuyé sur les quatre cotés et dont les solives en bois ont une portée  $\ell$ , NF EN 1995-1-1 (NF EN 1995-1-1, 2005) fournit les relations suivantes pour évaluer la performance vibratoire du plancher :

$$f_1 = \frac{\pi}{2 \times \ell^2} \times \sqrt{\frac{(EI)_\ell}{m}} \tag{Eq. 29}$$

$$v = \frac{4(0.4 + 0.6n_{40})}{mb\ell + 200} \tag{Eq. 30}$$

$$n_{40} = \left\{ \left( \left( \frac{40}{f_1} \right)^2 - 1 \right) \left( \frac{b}{\ell} \right)^4 \frac{(EI)_\ell}{(EI)_b} \right\}^{0.25} \tag{Eq. 31}$$

Où :

- $m$  est la masse du plancher en  $\text{kg/m}^2$  ;
- $\ell$  est la portée du plancher en m ;
- $(EI)_\ell$  est la rigidité équivalente en flexion de plaque du plancher selon un axe perpendiculaire à la direction des solives en  $\text{Nm}^2/\text{m}$  ;
- $n_{40}$  est le nombre de modes du premier ordre avec des fréquences naturelles inférieures à 40 Hz ;
- $(EI)_b$  est la rigidité équivalente en flexion de plaque du plancher selon un axe parallèle aux solives en  $\text{Nm}^2/\text{m}$  ( $(EI)_b < (EI)_\ell$ ).

### 2.3.2. Circulaire du 23/07/86

La circulaire du 23/07/86 (Journal Officiel de la république française, 1986), relative aux vibrations mécaniques émises dans l'environnement par les installations classées pour la protection de l'environnement, est publiée dans le journal officiel de la république française du 22 octobre 1986.

Les règles techniques de la circulaire s'appliquent aux immeubles à usage d'habitation ou de travail ou affectés à toute autre activité humaine (bureaux, hôpitaux, crèches, écoles, prisons, usines...), ; aux édifices accueillant le public (lieux de culte, cinémas, théâtres, grands magasins, etc.) et aux constructions et ouvrages anciens, d'une valeur architecturale archéologique ou historique. Elle définit des méthodes de mesure à mettre en œuvre pour l'évaluation des effets des vibrations mécaniques sur la sécurité des constructions et sur les occupants.

La circulaire présente un mode opératoire de la mesure et une méthode d'analyse fine des structures permettant de définir leur sensibilité aux vibrations. Elle contient également des valeurs limites de la vitesse particulière, au-dessous desquelles la probabilité de désordres dans la construction est pratiquement négligeable dans la bande des fréquences considérées, sous formes des abaques pour la méthode de mesure dite « méthode de mesure classe contrôle ». Ces seuils, qui dépendent de la fréquence, de la durée de l'excitation (continue ou impulsionnelle) et de la classe de la construction, sont présentés sur les figures 22 et 23. Les seuils sont à considérer pour la limitation de dommage et non de gêne.

TABLEAU 1  
**VIBRATIONS CONTINUES OU ASSIMILÉES**

Valeurs limites de la vitesse particulière en fonction de la fréquence observée

Méthode de mesure de classe « Contrôle »

Ces valeurs limites sont valables pour chacune des trois composantes du mouvement.

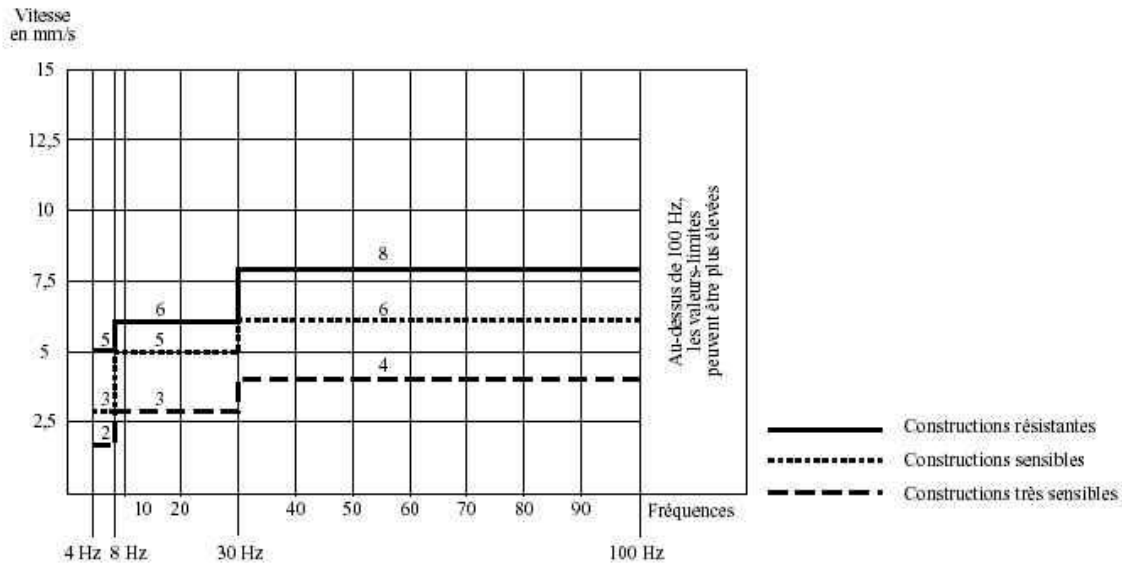


Figure 22 - Vibrations continues ou assimilées

TABLEAU 2

**VIBRATIONS IMPULSIONNELLES À IMPULSIONS RÉPÉTÉES**

Valeurs limites de la vitesse particulière en fonction de la fréquence observée

Méthode de mesure de classe « Contrôle »

Ces valeurs limites sont valables pour chacune des trois composantes du mouvement.

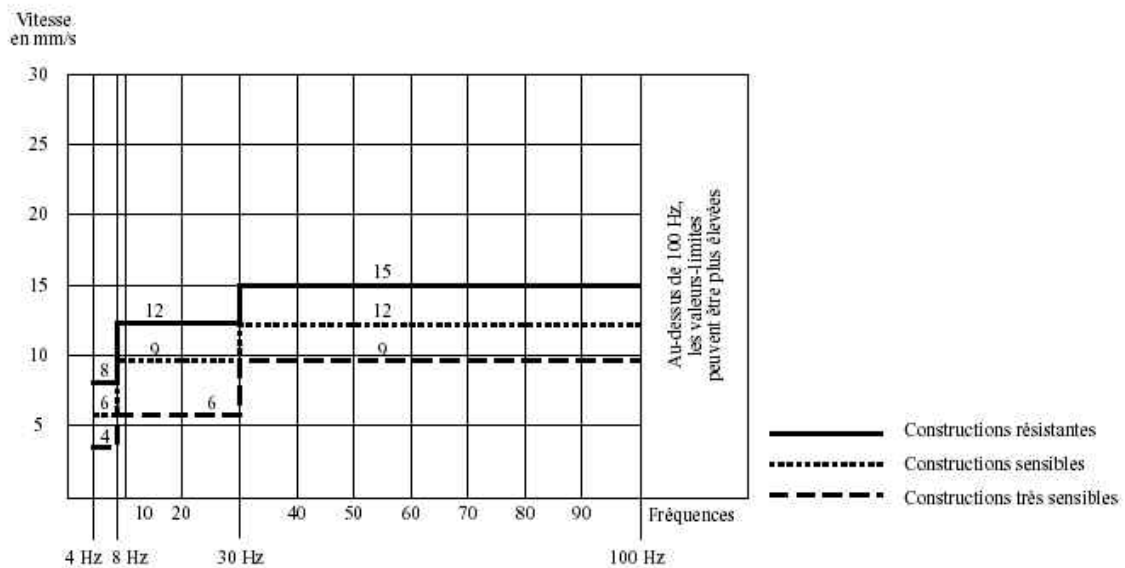


Figure 23 - Vibrations impulsionnelles à impulsions répétées

### 2.3.3. Eurocode 3 : NF EN 1993-1-1

Dans le chapitre 7.2.3 de l'Eurocode 3 partie 1.1 (NF EN 1993-1-1, 2005), le principe d'une limite concernant le comportement dynamique des planchers en acier est cité mais sans donner de règles d'application. L'annexe nationale de NF EN 1993-1-1 (NF EN 1993-1-1/NA, 2013) établit des restrictions concernant les fréquences propres de vibration minimales autorisées pour les planchers en l'absence de spécifications particulières :

- 2.6 Hz : pour les bureaux et les locaux d'habitations ;
- 5 Hz : pour les salles de danse et les gymnases.

L'annexe nationale de NF EN 1993-1-1 (NF EN 1993-1-1/NA, 2013) précise également que dans le calcul de la fréquence propre, la masse à retenir relative aux charges permanentes d'exploitation correspond à 20% de celles prises en compte dans la combinaison caractéristique. Pour les charges d'exploitation qui incluent des composants non structurels solidement fixés à la structure, la totalité de la masse de ces composants (100%) doit être incluse, tandis que pour le reste, le pourcentage à considérer reste de 20%. Ces recommandations sur la masse à retenir pour le calcul de la fréquence propre sont également indiquées dans la clause A1.4.4 l'annexe nationale de la norme NF EN 1990 (NF EN 1990, Mars 2003).

### 2.3.4. Norme ISO 2631

Les normes internationales ISO 2631 ( (ISO 2631-1, 1997) et (ISO 2631-2, 2003)) fournissent une procédure détaillée pour la détermination analytique des grandeurs caractéristiques de la réponse vibratoire induite par l'homme (principalement en accélération). Ces grandeurs sont utilisées dans l'évaluation de l'impact de vibrations sur le corps humain (pour les récepteurs) vis-à-vis de certains critères (santé, mal de mer, perception, confort).

La norme ISO 2631-2 (ISO 2631-2, 2003) utilise la valeur quadratique moyenne (RMS) des vibrations avec pondération  $W_m$  (fournies dans des bandes de 1/3 d'octave) pour quantifier l'exposition humaine aux vibrations du corps entier dans les bâtiments. Elle décrit les méthodes pour mesurer et évaluer les vibrations en termes d'accélérations en prenant en compte différents facteurs, tels que la direction et la durée de l'exposition, et propose des pondérations fréquentielles pour refléter la sensibilité humaine aux différentes fréquences de vibration. Selon cette norme, il existe des plages de fréquences où la réponse associée doit être atténuée, car peu perceptible par l'être humain, et ceci est effectué à l'aide de coefficients dits de pondération fréquentielle, présentés sous forme de courbes. Le choix de la courbe de pondération fréquentielle dépend de la direction de vibration étudiée et la position du corps. Le calcul de l'accélération efficace pondérée se fait de manière similaire à celui de l'accélération RMS. Deux cas de calcul peuvent être distingués :

- 1- Pour des mesures ponctuelles ou discontinues : dans ce cas, l'accélération efficace pondérée est calculée en prenant en compte chaque mesure individuelle, en appliquant une pondération spécifique, puis en calculant la moyenne quadratique des valeurs pondérées ;

$$a_w = \left[ \sum_i (w_i a_i)^2 \right]^{1/2} \quad [m/s^2] \quad \text{Eq. 32}$$

- 2- Pour des mesures continues ou sur des périodes prolongées : ici, l'accélération efficace pondérée est calculée en intégrant l'accélération sur toute la durée de la mesure, en appliquant la même pondération que dans le premier cas, et en déterminant ensuite la valeur quadratique moyenne de cette accélération intégrée et pondérée sur le temps d'observation.

$$a_w = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [a_w(t)]^2 dt} \quad [m/s^2] \quad \text{Eq. 33}$$

Où :

- $a_w$  est l'accélération efficace calculée dans la direction considérée ;
- $w_i$  est un coefficient de pondération fréquentielle (voir ISO 2631 (ISO 2631-1, 1997) (ISO 2631-2, 2003) pour plus de détails) ;
- $a_i$  est l'accélération RMS de l' $i^{\text{ème}}$  bande 1/3 d'octave ;
- $a_w(t)$  est l'accélération efficace intégrant les pondérations fréquentielles à chaque instant  $t$ .

La partie 1 de la norme ISO 2631 (ISO 2631-1, 1997) fournit dans son annexe C des valeurs seuils pour l'accélération pour évaluer le niveau de confort. Les valeurs seuils sont données dans le Tableau 2.

Accélération [m/s <sup>2</sup> ]	Niveau de confort
$a_w < 0.315 \text{ m/s}^2$	pas inconfortable
$0.315 \text{ m/s}^2 < a_w < 0.63 \text{ m/s}^2$	un peu inconfortable
$0.5 \text{ m/s}^2 < a_w < 1.0 \text{ m/s}^2$	assez inconfortable
$0.8 \text{ m/s}^2 < a_w < 1.6 \text{ m/s}^2$	inconfortable
$1.25 \text{ m/s}^2 < a_w < 2.5 \text{ m/s}^2$	très inconfortable
$a_w > 2.5 \text{ m/s}^2$	extrêmement inconfortable

Tableau 2 - Valeurs seuils de l'accélération et niveau de confort correspondant (annexe C de ISO 2631-1 (ISO 2631-1, 1997))

### 2.3.5. Norme ISO 10137

La norme internationale ISO 10137 (ISO 10137, 2007) propose des critères d'acceptabilité en service pour des chargements vibratoires appliqués à des bâtiments et passerelles piétonnes, en utilisant les grandeurs caractéristiques de la norme ISO 2631 (accélération efficace RMS et VDV). Cette norme est limitée à l'analyse du confort vibratoire des occupants pour les trois catégories d'occupation suivantes :

- Occupations "sensibles", telles que les salles d'opération des hôpitaux ;
- Occupations "régulières", telles que les bureaux et les zones résidentielles ;
- Occupations "actives", telles que les zones d'assemblage ou les lieux de travail industriel lourd.

Chaque catégorie prend en compte les niveaux de tolérance et d'acceptabilité des vibrations qui diffèrent selon la sensibilité des activités réalisées et les attentes des individus présents dans ces espaces.

La norme ISO 10137 présente des courbes d'acceptabilité de base, montrant les limites d'accélération au-delà desquelles la vibration est perçue par le récepteur, et qui dépendent de la fréquence d'excitation et de la direction de vibration. Les critères d'évaluation et les seuils de tolérance des vibrations sont ajustés en fonction de différentes catégories d'occupation. La courbe de base de la norme ISO 10137 selon l'axe vertical  $z$  est présentée sur la figure 24.

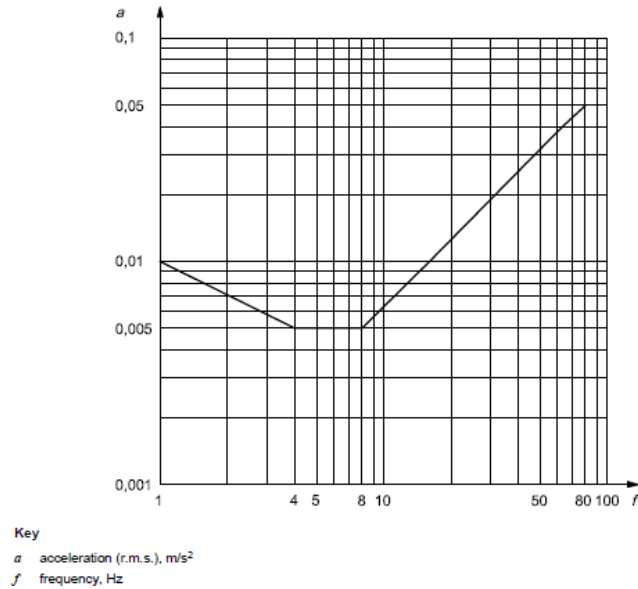


Figure 24 - Courbe d'acceptabilité de base de la norme ISO 10137 (ISO 10137, 2007) selon l'axe z

Pour évaluer l'acceptabilité des vibrations, le rapport R (coefficient de réponse) entre l'accélération efficace RMS calculée selon la norme ISO 2631 et la limite inférieure de l'accélération RMS de la courbe de base ISO ( $a = 0.005 \text{ m/s}^2$  selon l'axe z) doit être comparé aux valeurs limites fournies dans le tableau C.1 de la norme ISO 10137.

$$R = \frac{a_w \text{ [m/s}^2\text{]}}{0.005} \text{ selon l'axe z} \quad \text{Eq. 34}$$

Les valeurs limites du coefficient de réponse R (ou coefficient multiplicateur de la courbe de base ISO) sont présentées dans le tableau 3.

Utilisation du plancher	Période de jour	Coefficients multiplicateurs de la courbe de base	
		Vibration continue / Intermittente*	Vibration impulsive
Zones sensibles (Zones de travail critiques comme les dalles d'opération des hôpitaux et certains laboratoires de précision)	Jour	1	1
	nuit	1	1
Hôpitaux / Résidences	Jour	2 à 4	30 à 90
	nuit	1.4	1.4 à 20
Zones calmes	Jour	2	60 à 128
	nuit	2	60 à 128
Ecoles/bureaux	Jour	4	60 à 128
	nuit	4	60 à 128
Centres commerciaux, restaurants et discothèques, ateliers	Jour	8	90 à 128
	nuit	8	90 à 128

\* Vibration continue : dure plus de 30 minutes par jour. Vibration intermittente : se reproduit plus de 10 fois par jour.

Tableau 3 - Valeurs limites du coefficient de réponse R (tableau C.1 de l'annexe C de ISO 10137 (ISO 10137, 2007))

La norme ISO 10137 précise que l'application du critère basé sur la valeur RMS n'est pas adaptée lorsque le facteur de crête dépasse 6, et recommande plutôt l'utilisation de la valeur de dose de vibration (VDV). Les valeurs limites de VDV sont indiquées dans le tableau 4. Ces valeurs dépendent de la durée d'exposition et de la probabilité de déclaration d'inconfort de la part des occupants.

Le facteur de crête représente le rapport entre la valeur maximale de l'accélération (valeur pic du signal) et la valeur RMS de l'accélération. Un facteur de crête élevé peut indiquer une vibration avec des pics aigus, susceptibles de provoquer un inconfort ou des dommages même si la valeur RMS est relativement faible.

Utilisation du plancher Durée	Déclarations d'inconfort		
	Faible probabilité	Possible	Probable
Résidences 16h le jour	0.2 à 0.4	0.4 à 0.8	0.8 à 1.6
Résidences 8h la nuit	0.13	0.26	0.51

Tableau 4 - Valeurs limites de VDV ( $m/s^{1.75}$ ) (tableau C.2 de l'annexe C de ISO 10137 (ISO 10137, 2007))

### 2.3.6. Norme BS 6472-1

La norme BS 6472-1 (BS 6472-1, 2008) propose un critère d'acceptabilité basé sur la valeur de VDV. Elle décrit la méthode à suivre pour le calcul de VDV, et propose des pondérations fréquentielles pour refléter la sensibilité humaine aux différentes fréquences de vibration. Le choix de la courbe dépend de la direction de vibration (verticale ou horizontale).

$$VDV_{b/d,day/night} = \sqrt[4]{\int_0^T [a(t)]^4 dt} \quad \left[ \frac{m}{s^{1.75}} \right] \quad \text{Eq. 35}$$

Où :

- $VDV_{b/d,day/night}$  est la valeur de dose des vibrations verticales (b) ou horizontales (d), jour (day) ou nuit (night) ;
- $a(t)$  est l'accélération pondérée par le coefficient de pondération fréquentielle correspondant ( $w_b$  ou  $w_d$ ) ;
- $T$  est la durée totale durant laquelle la vibration est susceptible de se manifester.

Utilisation du plancher Durée	Faible probabilité de commentaire défavorable	Commentaire défavorable possible	Commentaire indésirable probable
Résidences 16h le jour	0.2 à 0.4	0.4 à 0.8	0.8 à 1.6
Résidences 8h la nuit	0.1 à 0.2	0.2 à 0.4	0.4 à 0.8

Tableau 5 - Valeurs limites de  $VDV_{b/d,day/night}$  ( $m/s^{1.75}$ ) (tableau 1 de la norme BS 6472-1 (BS 6472-1, 2008))

Une estimation de la valeur de VDV peut être trouvée par la relation suivante :

$$eVDV = 1.4 a_{rms} T^{0.25} \quad \left[ \frac{m}{s^{1.75}} \right] \quad \text{Eq. 36}$$

Pour les bureaux et ateliers durant une journée de 16 heures, les fourchettes VDV doivent être multipliées respectivement par des facteurs de 2 et 4.

### 2.3.7. Norme NF E90-020-1

La norme NF E90-020-1 (NF E90-020-1, 2015) fournit des méthodes pour évaluer les effets des vibrations mesurées, en tenant compte de leur amplitude, de leur fréquence, et de leur durée, ainsi que de leur impact potentiel sur les structures, les équipements, et les personnes. Elles définissent comment les vibrations doivent être mesurées sur le terrain, y compris le type d'équipement à utiliser, les points de mesure, les grandeurs à mesurer et la fréquence des mesures.

La norme ne fournit pas des critères d'acceptabilité.

### 2.3.8. Norme ASCE/SEI 7-16

L'annexe CC de la norme ASCE (ASCE/SEI 7-16, 2017) présente des restrictions concernant les fréquences propres de vibrations minimales autorisées pour les planchers et les accélérations maximales tolérables (seuils de perception) en fonction de l'occupation affectée.

Nature de l'activité	Durée de la vibration	Limite d'accélération tolérable, $a_0$ [ $\times g$ ]
Activités calmes	Vibration continue (> 1 minute)	0.005 à 0.01
Activités physiques, événements, spectacles	Vibration continue (> 1 minute)	0.02 à 0.05

Tableau 6 - Valeurs tolérables de l'accélération maximale selon la norme ASCE/SEI 7-16

La norme ASCE recommande, dans le cas des activités rythmiques, que la fréquence fondamentale du plancher soit au moins 2 fois supérieure à la fréquence de l'excitation.

### 2.3.9. Model code 2010

Le model code 2010 (MC2010, 2010) fournit un tableau des valeurs critiques des fréquences propres fondamentales à éviter (voir figure 25). Pour garantir un comportement satisfaisant d'une structure soumise à des vibrations, la fréquence propre fondamentale de la structure concernée doit être suffisamment éloignée des valeurs critiques qui dépendent de la fonction du bâtiment correspondant.

**Table 7.6-7: Critical frequency in structures subject to vibrations caused by movements of people**

Structures	Frequency ( $s^{-1}$ ) $f_{crit}$
Gymnasia and sports halls	8.0
Dance rooms and concert halls without permanent seating	7.0
Concert halls with permanent seating	3.4
Critical work areas	1.0
Residence	1.4 – 4.0
Office	4.0
Workshop	8.0
Structures for pedestrians and cyclists	See below*

\* Natural frequencies between  $1.6$  and  $2.4 s^{-1}$  and between  $3.5$  and  $4.5 s^{-1}$  are to be avoided in structures for pedestrians and cyclists. Joggers can also cause vibrations in structures with natural frequencies between  $2.4$  and  $3.5 s^{-1}$ .

Figure 25 - Fréquence critique dans les structures soumises aux vibrations causées par l'action de marche (tableau 7.6-7 du Model Code 2010 (MC2010, 2010))

### 2.3.10. Guide n° 11 de l’AISC

Le guide n° 11 de l’organisme américain « American Institute of Steel Construction » (AISC (American Institute of Steel Construction), 2016) est applicable pour des vibrations des planchers sous une action de marche ou d’activités rythmiques appliquées par une seule personne. Ce guide proposant des expressions analytiques pour déterminer les propriétés vibratoires nécessaires (fréquence propre, accélération) pour évaluer le critère d’acceptabilité de planchers en acier sous les différents types des sollicitations.

#### 2.3.10.1. Action de la marche

Le guide AISC propose une relation (Eq. 37) pour décrire l’action de la marche dans le domaine fréquentiel suivant la direction verticale. Elle est décomposée en séries de Fourier à 4 harmoniques comme suit :

$$F(t) = Q \left[ 1 + \sum_{i=1}^N \alpha_i \sin(2\pi i f_{step} t - \phi_i) \right] \quad \text{Eq. 37}$$

Où :

- $Q$  est le poids de la personne (en N) ;
- $t$  est le temps (en s) ;
- $f_{step}$  est la fréquence de marche (en cycles/s) ;
- $N$  est le nombre d’harmoniques considéré ;
- $\alpha_i$  est le coefficient de Fourier du  $i^{\text{ème}}$  harmonique ;
- $\phi_i$  est le déphasage du  $i^{\text{ème}}$  harmonique.

Le Tableau 7 présente les paramètres associés à cette décomposition en série de Fourier pour l’action de marche.

Harmonique n°i	$i f_{step}$ [cycles/s]	$\alpha_i$
1	1.6-2.2	0.5
2	3.2-4.4	0.2
3	4.8-6.6	0.1
4	6.4-8.8	0.05

Tableau 7 - Fréquences de sollicitations associées à la marche et coefficients dynamiques (tableau 2-1 du guide n° 11 de l’AISC (AISC (American Institute of Steel Construction), 2016))

Pour quantifier l’impact de cette action sur les planchers, le guide distingue entre deux cas de planchers ; plancher à basse fréquence avec  $f_1 < 9$  Hz (résonance possible) et plancher à haute fréquence avec  $f_1 > 9$  Hz (résonance impossible car  $f_1$  est supérieur à la fréquence des pas  $i f_{step}$  pour  $i = 4$ ).

#### a. Cas des planchers de fréquence fondamentale inférieure à 9 Hz

La réponse maximale (c'est-à-dire, la résonance) se produit lorsque la force harmonique  $F_i$  due à la marche produit une fréquence qui correspond à la fréquence fondamentale du système de plancher. Puisque l’amplitude de l’accélération due à l’harmonique associée à la résonance est bien plus grande que toutes les autres, l’action de la marche peut être représentée dans ce cas par :

$$F(t) = P \sin(2\pi h f_{step} t) \quad \text{Eq. 38}$$

Où :

- $h$  est le numéro de l'harmonique provoquant la résonance ( $hf_{step} \cong f_1$ ) ;
- $P = \alpha_n Q$  est l'amplitude de la charge sinusoïdale.

L'accélération maximale du plancher est déterminée par l'équation Eq. 39.

$$a_p = \frac{RP}{2\xi M} \quad \text{Eq. 39}$$

Où :

- $R$  est un facteur de réduction introduit pour tenir compte de l'accumulation résonante incomplète due à la marche (c'est-à-dire que le mouvement résonant en régime permanent peut ne pas être atteint). Il est recommandé de manière conservatrice que  $R$  soit pris égal à 0.5 pour les planchers ayant des déformées modales bidirectionnelles et à 0.7 pour les éléments ayant des déformées modales unidirectionnelles, telles que les passerelles piétonnes ;
- $M$  est la masse modale fondamentale du plancher exprimée en  $N \cdot s^2/m$ , pour une poutre ou plancher reposant sur deux appuis simples et soumise à une charge uniformément répartie (charges super-imposées et poids propre)  $M = 0.5 \times W/g$  ;
- $g$  est la gravité terrestre =  $9.81 \text{ m/s}^2$  ;
- $W$  est le poids effectif du plancher (poids propre + charges appliquées sur le plancher), exprimé en  $N$  ;
- $a_p$  est l'accélération maximale, exprimée en  $m/s^2$  ;
- $\xi$  est le taux d'amortissement modal (les valeurs recommandées par ce guide pour  $\xi$  sont présentées dans la figure 14) ;
- $\frac{1}{2\xi}$  représente l'amplification dynamique de la réponse statique (voir Eq. 19 pour  $\nu = \omega$ ).

Le coefficient dynamique  $\alpha_n$ , pour une plage de fréquence s'étendant de la deuxième et la quatrième harmonique, peut être déterminé à l'aide de l'équation suivante :

$$\alpha_n \cong 0.83e^{-0.35f_n} \quad \text{Eq. 40}$$

où

- $f_n$  est la fréquence propre fondamentale du plancher.
- 

L'accélération maximale du plancher, comme proportion de l'accélération de la pesanteur  $g$ , est donc déterminée par l'équation suivante :

$$\frac{a_p}{g} = \frac{P_0 e^{-0.35f_n}}{\xi W} \quad \text{Eq. 41}$$

Où :

- $P_0 = 0.83 \times R \times Q$  est une force constante égale à 289.14 N (65 livre-force) pour les planchers et 409.24 N (92 livre-force) pour les passerelles piétonnes.

Pour évaluer l'acceptabilité des vibrations, tel que décrit dans le guide AISC, le rapport  $a_p/g$  doit être comparé aux valeurs limites  $a_0/g$  fournies sous forme de courbes dans la figure 2-1 du guide. Ces courbes définissent les seuils d'acceptabilité des vibrations en fonction de l'utilisation du bâtiment. La figure 26 montre les courbes d'acceptabilité des vibrations recommandées par ce guide.

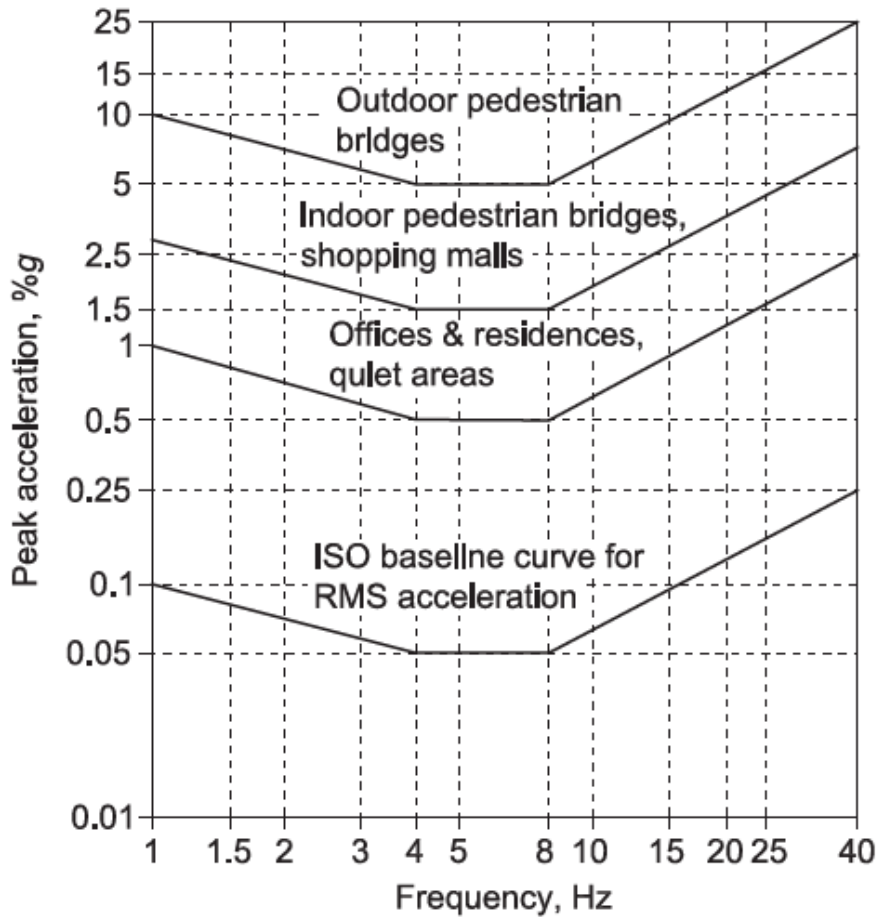


Figure 26 - Limites de tolérance recommandées par le guide AISC (AISC (American Institute of Steel Construction), 2016) pour le confort humain

Note : contrairement à l'ISO 10137, qui se base sur la valeur RMS de l'accélération pour évaluer l'acceptabilité, le guide AISC utilise l'amplitude maximale de l'onde (réponse en accélération) générée par la marche, et non sa valeur RMS.

**b. Cas des planchers de fréquence fondamentale supérieure à 9 Hz (mais inférieure à 15 Hz)**

Les planchers à haute fréquence (aucune fréquence propre inférieure à 9 Hz) ne subissent pas de résonance due à la marche. Leur réaction sous l'action de la marche ressemble plutôt à un ensemble de réponses impulsives générées par chaque pas.

Le guide AISC propose les équations simplifiées suivantes pour calculer la valeur pic de l'accélération après chaque pas de marche :

$$\frac{a_p}{g} = \frac{2\pi f_n R_M I_{eff}}{M} \quad \text{Eq. 42}$$

Où :

- $R_M$  est un facteur d'ajustement pour prendre en compte les contributions des vibrations supérieures au mode considéré (mode fondamentale n°1).  $R_M = 2$  est la valeur recommandée par le guide ;
- $I_{eff}$  est l'impulsion effective, exprimé en N.s.

$$I_{eff} = \left( \frac{f_{step}^{1.43}}{f_n^{1.3}} \right) \left( \frac{Q}{17.8} \right) \quad \text{Eq. 43}$$

Le calcul de l'accélération RMS de la réponse, résultant de la superposition des réponses à pas individuel, peut être effectué à l'aide de l'Eq. 25 (sans pondération). Le calcul de la valeur RMS permet ensuite de déterminer la valeur pic de l'onde sinusoïdale  $a_{ESPA}$  (Equivalent Sinusoidal Peak Acceleration) résultante par la relation suivante :

$$\frac{a_{ESPA}}{g} = a_{rms} \times \sqrt{2} = \frac{685}{W} \left( \frac{f_{step}^{1.43}}{f_n^{0.3}} \right) \sqrt{\left( \frac{1 - e^{-4\pi h \xi}}{h \pi \xi} \right)} \quad \text{Eq. 44}$$

Où :

- $h$  est le numéro de l'harmonique provoquant la résonance ( $h f_{step} \cong f_1$ ), les valeurs de  $h$  sont indiquées dans tableau 8 ;
- $Q$  est le poids de la personne (en N) = 748 N pour le calcul de  $I_{eff}$  ;
- $P = \alpha_n Q$  est l'amplitude de la charge sinusoïdale.

Harmonique n°h	$f_n$ [cycles/s]
5	9-11
6	11-13.2
7	13.2-15.4

Tableau 8 - Correspondance entre le numéro de l'harmonique et la fréquence propre fondamentale du plancher (tableau 2-2 du guide n° 11 de l'AISC (AISC (American Institute of Steel Construction), 2016))

Pour évaluer l'acceptabilité des vibrations, le rapport  $a_{ESPA}/g$  doit être comparé aux valeurs limites  $a_0/g$  de la figure 2-1 du guide (figure 26 de ce rapport).

### 2.3.10.2. Action rythmique

Le guide AISC propose également un critère et des relations simplifiées pour évaluer la réponse vibratoire des planchers dans des bâtiments destinés à l'accueil du public et pour des activités telles que l'aérobic, la danse, les concerts et des événements similaires.

La charge associée aux activités rythmiques peut être décomposée en série de Fourier à N harmoniques comme suit :

$$P(t) = w_p \left[ 1 + \sum_{i=1}^N \alpha_i \sin(2\pi i f_{step} t - \phi_i) \right] \quad \text{Eq. 45}$$

Où :

- $w_p$  est la meilleure estimation du poids unitaire des participants à l'activité rythmique, uniformément réparti sur le plancher (en N/m<sup>2</sup>) ;
- $t$  est le temps (en s) ;
- $f_{step}$  est la fréquence de l'activité rythmique considérée (en cycles/s) ;
- $N$  est le nombre d'harmoniques considéré ;
- $\alpha_i$  est le coefficient de Fourier du  $i^{\text{ème}}$  harmonique ;
- $\phi_i$  est le déphasage du  $i^{\text{ème}}$  harmonique.

Le tableau 9 montre les valeurs des fréquences caractéristiques et des coefficients dynamiques recommandés dans le guide AISC.

$i$	Danse			Sauts (aérobic)			Evènement sportif ou concert		
	$if_{step}$ [cycles/s]	$\alpha_i$	$w_p$ [N/m <sup>2</sup> ]	$if_{step}$ [cycles/s]	$\alpha_i$	$w_p$ [N/m <sup>2</sup> ]	$if_{step}$ [cycles/s]	$\alpha_i$	$w_p$ [N/m <sup>2</sup> ]
1	1.5-2.7	0.50	598.5 (2.33 m <sup>2</sup> par couple)	2.0-2.75	1.5	201.1 (3.25 m <sup>2</sup> par personne)	1.5-2.7	0.25	1484.3 (0.465 m <sup>2</sup> par personne)
2	3.0-5.4	0.05		4.0-5.5	0.6		3.0-5.4	0.05	
3	-	-		6.0-8.25	0.1		-	-	

Tableau 9 - Fréquences de sollicitations rythmiques et coefficients dynamiques (tableau 2-4 et tableau 5-2 du guide n° 11 de l'ASCE (ASCE (American Institute of Steel Construction), 2016))

L'accélération maximale due à l'harmonique  $i$  de la force rythmique harmonique,  $if_{step}$ , est obtenue à partir de l'Eq. 46, où le mouvement du plancher est supposé être dominé par un mode de vibration de fréquence  $f_n$ .

$$\frac{a_{p,i}}{g} = \frac{1.3\alpha_i w_p / w_t}{\sqrt{\left[\left(\frac{f_n}{if_{step}}\right)^2 - 1\right]^2 + \left(\frac{2\xi f_n}{if_{step}}\right)^2}} \quad \text{Eq. 46}$$

Où :

- $a_{p,i}/g$  est l'accélération maximale pour l'harmonique  $i$ , exprimée comme proportion de l'accélération de la pesanteur  $g$  ;
- $f_n$  est la fréquence propre fondamentale, en Hz ;
- $w_t$  représente la charge uniformément répartie sur le plancher, incluant les charges permanentes et les charges superposées sur le plancher, y compris le poids des participants à l'activité rythmique.

Le critère d'acceptabilité est exprimé par l'inégalité de l'Eq. 47 suivante :

$$\frac{a_p}{g} = \frac{(\sum a_{p,i}^{1.5})^{1/1.5}}{g} \leq \frac{a_0}{g} \quad \text{Eq. 47}$$

Les limites d'accélération tolérables recommandées pour les activités rythmiques dans les bâtiments sont présentées dans le tableau 10.

Occupation affectée	Limite d'accélération tolérable, $a_0$ [%g]
Bureau ou résidence	0.5
Restauration	1.5-2.5
Salle de sport, gymnase	1.5-2.5
Activité rythmique uniquement	4-7

Tableau 10 - Limites d'accélération tolérables recommandées pour les activités rythmiques dans les bâtiments (Tableau 5-1 du guide AISC (AISC (American Institute of Steel Construction), 2016))

### 2.3.10.3. Actions de la course à pied sur des planchers

Le critère d'acceptabilité dans le cas des vibrations des planchers sous l'action de la course peut être évalué par l'inégalité suivante :

$$\frac{a_p}{g} = \left( \frac{0.79Q}{\zeta W} e^{-0.173f_n} \right) \leq \frac{a_0}{g} \quad \text{Eq. 48}$$

Où :

- $Q$  est le poids de la personne (en N) = 748 N pour les adeptes du running de loisir et = 1112 N pour certains athlètes.

Pour évaluer l'acceptabilité des vibrations, le rapport  $a_p/g$  doit être comparé aux valeurs limites  $a_0/g$  de la figure 2-1 du guide (figure 26 de ce rapport).

*Note : le guide AISC présente également une méthode générale basée sur une modélisation numérique par éléments finis. Le guide propose des relations analytiques pour le calcul des accélérations effectives, à partir de résultats de l'analyse numérique.*

### 2.3.11. Guide SCI P354

Le guide SCI P354 (SCI Publication P354, 2009), publiée par l'institut de la construction métallique britannique, présente des méthodes générales et simplifiées pour l'évaluation du confort vibratoire des planchers. Il montre comment calculer l'accélération des planchers, et comment celle-ci se répercute sur la perception humaine. Le guide explique également comment prendre en compte les niveaux d'acceptation des normes BS 6472-1 (BS 6472-1, 2008) et ISO 10137 (ISO 10137, 2007) dans la conception et le dimensionnement des planchers.

Le guide SCI P354 introduit également des modèles pour le chargement dynamique lié aux vibrations. Il décrit les charges issues d'excitations dynamiques, telles que la marche, les impacts, et les mouvements rythmiques, qui provoquent des vibrations, en utilisant des séries de Fourier. Nous exposons ci-après les formules recommandées ainsi que les coefficients dynamiques associés à chaque type d'excitation mentionné dans ce manuel.

### 2.3.11.1. Action de la marche

La charge équivalente de la marche est décomposée en séries de Fourier à quatre harmoniques h :

$$F(t) = Q \left[ 1 + \sum_{h=1}^4 \alpha_h \sin(2\pi h f_p t + \phi_h) \right] \quad \text{Eq. 49}$$

Où :

- $Q$  est le poids de la personne (en N) =  $76 \text{ kg} \times 9.81 \text{ m/s}^2 = 746 \text{ N}$  ;
- $t$  est le temps (en s) ;
- $f_{step}$  est la fréquence de marche (en cycles/s) ;
- $\alpha_h$  est le coefficient de Fourier du h<sup>ème</sup> harmonique ;
- $\phi_h$  est le déphasage du h<sup>ème</sup> harmonique.

Le tableau 11 fournit les valeurs des paramètres du chargement pour la marche. Ces valeurs ont été identifiées conformément aux exigences de l'annexe C de la norme NF EN 1990 (NF EN 1990, Mars 2003).

Harmonique h	Fréquence $h f_p$ [cycles/s]	Coefficient de Fourier $\alpha_h$	Déphasage $\phi_h$
1	1.8 à 2.2	$0.436(h f_p - 0.95)$	0
2	3.6 à 4.4	$0.006(h f_p + 12.3)$	$-\pi/2$
3	5.4 à 6.6	$0.007(h f_p + 5.2)$	$\pi$
4	7.2 à 8.8	$0.007(h f_p + 2.0)$	$\pi/2$

Tableau 11 - Paramètres de la charge équivalente de la marche (tableau 3.1 du guide SCI P354 (SCI Publication P354, 2009))

La vitesse de marche pour certaines fréquences peut être approximée par l'Eq. 50 :

$$v_p = 1.67 f_p^2 - 4.83 f_p + 4.5 \quad \text{pour } 1.7 \text{ Hz} \leq f_p \leq 2.4 \text{ Hz} \quad \text{Eq. 50}$$

### 2.3.11.2. Excitation impulsive de la marche

La force impulsive équivalente de l'impact d'un pas de marche est donnée par l'Eq. 51:

$$F_i = 60 \left( \frac{Q}{700} \right) \left( \frac{f_p^{1.43}}{f_n^{1.3}} \right) \quad \text{Eq. 51}$$

Où :

- $Q$  est le poids de la personne (en N) =  $76 \text{ kg} \times 9.81 \text{ m/s}^2 = 746 \text{ N}$  ;
- $f_p$  est la fréquence de marche (en cycles/s) ;
- $f_n$  est la fréquence propre fondamentale du plancher (en cycles/s).

### 2.3.11.3. Activités rythmiques

La charge équivalente associée à une activité rythmique est décomposée en série de Fourier, à trois harmoniques  $h$  :

$$F(t) = q \left[ 1 + \sum_{h=1}^H \alpha_h \sin(2\pi h f_p t + \phi_h) \right] \quad \text{Eq. 52}$$

Où :

- $q$  est le poids unitaire des participants à l'activité rythmique, uniformément réparti sur le plancher (en  $\text{N/m}^2$ ) = densité  $\times Q$  ;
- $t$  est le temps (en s) ;
- $f_p$  est la fréquence de l'activité rythmique considérée (en cycles/s).

Les plages de fréquence  $f_p$  indiquées dans le guide SCI P354 pour les activités rythmiques sont les suivantes :

- ✓ Individuelles : 1.5 - 3.5 cycles/s ;
- ✓ Groupes : 1.5 - 2.8 cycles/s ;
- $H$  est le nombre d'harmoniques considéré ;
- $\alpha_h$  est le coefficient de Fourier du  $h^{\text{ème}}$  harmonique ;
- $\phi_n$  est le déphasage du  $h^{\text{ème}}$  harmonique.

Chaque activité rythmique est caractérisée par un ratio de contact  $\alpha_c$ , qui est le rapport entre la durée de contact avec le plancher pour une seule excitation et la durée totale de l'activité rythmique.

Le tableau 12 fournit les valeurs des paramètres du chargement pour les activités rythmiques dépendant de  $\alpha_c$ .

		Harmonique h						
$\alpha_c$	Activité	h=	1	2	3	4	5	6
2/3	Aérobic (faible impact)	$\alpha_h$	9/7	9/55	2/15	9/247	9/391	2/36
		$\phi_h$	$-\pi/6$	$-5\pi/6$	$-\pi/2$	$-\pi/6$	$-5\pi/6$	$-\pi/2$
1/2	Aérobic (fort impact)	$\alpha_h$	$\pi/2$	2/3	0	2/15	0	2/35
		$\phi_h$	0	$-\pi/2$	0	$-\pi/2$	0	$-\pi/2$
1/3	Sauts usuels	$\alpha_h$	9/5	9/7	2/3	9/55	9/91	2/15
		$\phi_h$	$\pi/6$	$-\pi/6$	$-\pi/2$	$-5\pi/6$	$-\pi/6$	$-\pi/2$

Tableau 12 - Paramètres des charges équivalentes pour les activités rythmiques (tableau 3.3 du guide SCI P354 (SCI Publication P354, 2009))

Pour les grands groupes de sauts, l'absence de coordination entre les participants peut entraîner des coefficients de Fourier plus faibles. Pour prendre en compte ce manque de coordination, le guide propose de remplacer les coefficients dynamiques de trois premières harmoniques par les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned}\alpha_{h=1} &= 1.61p^{-0.082} \\ \alpha_{h=2} &= 0.94p^{-0.24} \\ \alpha_{h=3} &= 0.44p^{-0.31}\end{aligned}\quad \text{Eq. 53}$$

Où  $p$  est le nombre de participants dans l'activité rythmique ( $2 \leq p \leq 64$ )

Les valeurs des densités de foule indiquées dans le guide pour les activités rythmiques sont les suivantes :

- Pour les activités aérobiques et de gymnastique : 0.25 personnes / m<sup>2</sup>;
- Pour les activités de danse sociale : 2.00 personnes / m<sup>2</sup>.

#### 2.3.11.4. Critères d'acceptabilité

Les critères d'acceptabilité exposés dans le guide SCI P354 pour évaluer le niveau de confort se basent sur les recommandations des normes ISO 10137 et BS 6472. Ces normes fournissent des seuils pour l'accélération effective RMS et la valeur de dose de vibration (VDV), servant de références pour déterminer la tolérance aux vibrations dans les bâtiments. Les valeurs limites spécifiées dans ces normes permettent d'assurer que les niveaux de vibration restent dans des limites confortables pour les utilisateurs des structures évaluées.

#### 2.3.11.5. Méthode simplifiée pour l'évaluation de la valeur de l'accélération RMS pondérée

Le guide SCI P354 fournit les deux relations suivantes pour l'évaluation de la valeur de l'accélération efficace pondérée  $a_{w,rms}$  :

- 1- Cas des planches à basse fréquence fondamentale  $3 \text{ cycles/s} \leq f_0 \leq 10 \text{ cycles/s}$

$$a_{w,rms} = \mu_e \mu_r \frac{0.1Q}{2\sqrt{2}M\xi} W \rho \quad \text{Eq. 54}$$

- 2- Cas des planches à haute fréquence fondamentale  $f_0 \geq 10 \text{ cycles/s}$

$$a_{w,rms} = 2\pi\mu_e\mu_r \frac{185}{Mf_0^{0.3}} \frac{Q}{700\sqrt{2}} W \quad \text{Eq. 55}$$

Où :

- $\mu_e$  est l'amplitude de la forme modale normalisée au point d'excitation ;
- $\mu_r$  est l'amplitude de la forme modale normalisée au point d'étude de réponse ;
- $Q$  est le poids de la personne = 746 N ;
- $M$  est la masse modale fondamentale du plancher exprimé en kg ;
- $\xi$  est le taux d'amortissement modal ;
- $W$  est coefficient de pondération fréquentielle, basé sur la valeur de  $f_0$  ;
- $f_0$  est la fréquence du mode propre de vibration fondamentale ;
- $\rho$  est un coefficient de réduction de résonance utilisé pour ajuster l'évaluation de la réponse vibratoire d'une structure, prenant en compte le fait que le régime de résonance en état permanent peut ne pas être atteint si la longueur du parcours de marche ( $L_p$ ) est courte.

Ce coefficient sert à moduler l'impact estimé des excitations dues à la marche sur la structure, en fonction de la fréquence de pas  $f_p$  et de la vitesse de marche  $v_p$ .

$$\rho = 1 - e^{\left(-\frac{2\pi\xi L_p f_p}{v_p}\right)}$$

Dans le cas où les amplitudes des formes modales sont inconnues, on prend de manière conservative  $\mu_e = \mu_r = 1$ .

*Note : ce guide présente une méthode générale qui nécessite l'utilisation d'un modèle de calcul par éléments finis afin d'en extraire les propriétés vibratoires de la structure. Cette méthode est relativement précise mais sera assez longue à mettre en œuvre. Des relations analytiques sont également proposées pour évaluer, à partir de ces grandeurs modales, les valeurs de l'accélération effective RMS pondérée et les valeurs de VDV.*

### 2.3.12. Guide CCIP-016

La méthodologie présentée dans le guide CCIP-016 (CCIP 016, 2006) nécessite une évaluation des propriétés modales de la structure, à savoir la fréquence, la forme modale, la masse modale et l'amortissement, pour tous les modes pertinents. Le guide présente les détails de la méthode d'analyse numérique à suivre avec des recommandations sur les valeurs des caractéristiques des matériaux (taux des amortissements modales, modules d'élasticité, etc.).

Les méthodes décrites dans le guide CCIP-016 pour prédire les vibrations induites par le passage des piétons dans les structures nécessitent un ensemble complet des propriétés modales de la structure comme base de calcul. Pour la réponse résonante des structures dont la fréquence du mode fondamental est inférieure à 10Hz, il est nécessaire de trouver tous les modes de la structure en dessous de 15Hz. Pour calculer la réponse impulsive d'une structure, tous les modes avec une fréquence inférieure au double de la fréquence fondamentale sont nécessaires. La masse modale, la forme du mode, la fréquence et l'amortissement modal de chacun de ces modes sont requis pour la vérification.

Toutefois, le guide inclut aussi des approches simplifiées pour certaines configurations géométriques standards, telles que les poutres et les planchers. Nous exposons dans cette section les procédures simplifiées proposées par ce guide pour l'évaluation des critères d'acceptabilité.

En ce qui concerne les critères d'acceptabilité eux-mêmes, le guide adopte les valeurs limites RMS et VDV établis par les normes ISO 10137 et BS 6472-1.

Les méthodes simplifiées et les approximations du guide CCIP-016 sont applicables pour des configurations de plancher rectangulaires régulières avec des propriétés homogènes (par exemple, épaisseur constante, espacement constant et distribution uniforme des poutrelles, etc.). Il convient particulièrement bien pour les structures pouvant être approximées comme des plaques simplement appuyées, avec des rigidités flexionnelles identiques ou différentes dans les directions orthogonales telles que les dalles pleines, les dalles nervurées, les dalles à caissons, et les dalles en acier ou composites. La figure 27 montre les conditions sur la configuration du plancher à respecter pour appliquer l'approche approximative du guide CCIP-016.

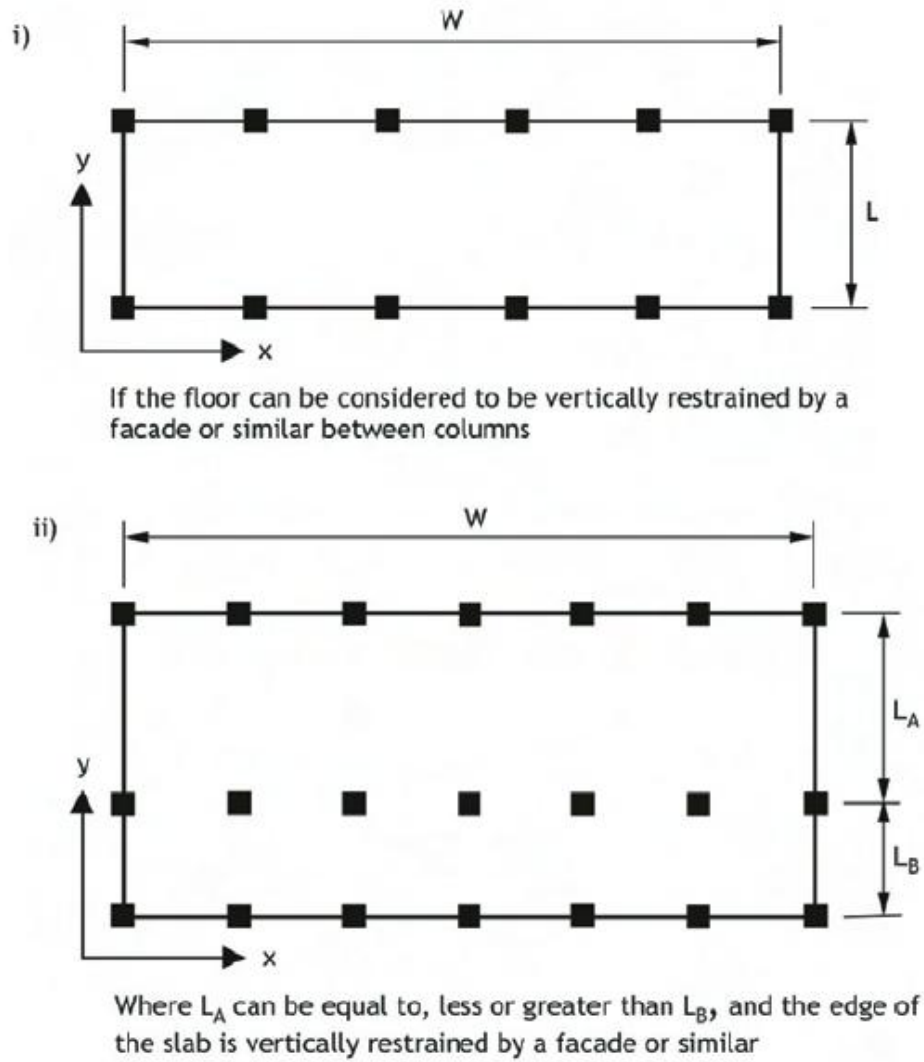


Figure 27 - Configurations de planchers acceptables pour une évaluation par la méthode approximative du guide CCIP-016 (figure 4.8 du guide CCIP-016 (CCIP 016, 2006))

L'utilisation des relations approximatives nécessite le calcul des propriétés modales du premier mode fondamental de vibration. Le guide présente des relations simplifiées pour évaluer ces propriétés en fonction de la masse du plancher et de ses rigidités flexionnelles dans les deux directions orthogonales.

Pour les planchers comprenant des trames parallèles adjacentes, comme le type (ii) de la figure 27, les propriétés modales de la trame la plus longue (travée de longueur  $L_a$ ) sont calculées par la relation suivante :

$$f_1 = K_{fm} K_f f_0 \tag{Eq. 56}$$

$$\frac{f_b}{f_a} = \sqrt{\frac{D_{y,b} L_a^4}{D_{y,a} L_b^4}} \tag{Eq. 57}$$

$$f_{a,b} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{D_{y,a,b}}{m L_{a,b}^4}} \tag{Eq. 58}$$

$$\hat{m} = \frac{m L_a W_a K_{mm}}{4} \tag{Eq. 59}$$

Où :

- $f_1$  est la fréquence fondamentale de la trame du plancher considérée avec la prise en compte des trames adjacentes (en cycles/s) ;
- $\hat{m}$  est la masse modale de la trame du plancher considérée avec la prise en compte des trames adjacentes (en kg) ;
- $L_a$  et  $W_a$  sont la longueur et la largeur de la trame considérée, respectivement , exprimées en en m ;
- $m$  est la masse uniformément répartie de la trame du plancher considérée (on considère que la masse repartie est la même sur toutes les trames du plancher), exprimée en  $\text{kg/m}^2$  ;
- $K_f$  est un coefficient multiplicateur appliqué à la fréquence naturelle des éléments s'étendant dans la direction de la « portée principale » pour tenir compte de la déformée « bidirectionnelle » (voir figures 28 et 29 pour la détermination de la valeur de ce coefficient) ;
- $K_{fm}$  est un coefficient correctif appliqué à la fréquence naturelle afin de prendre en compte l'effet des trames adjacentes sur la trame considérée lors de la vérification vibratoire (voir figure 31 pour la détermination de la valeur de ce coefficient) ;
- $K_{mm}$  est un facteur correctif appliqué à la masse modale afin de prendre en compte l'effet des trames adjacentes sur la trame considérée lors de la vérification vibratoire (voir figure 30 pour la détermination de la valeur de ce coefficient) ;
- $L_a$  est la longueur de la trame considérée (en m) ;
- $L_b$  est la longueur de la trame adjacente (en m) ;
- $f_a$  est la fréquence propre fondamentale de la trame considérée isolée (en cycles/s) ;
- $f_b$  est la fréquence propre fondamentale de la trame adjacente isolée (en cycles/s) ;
- $D_x$  et  $D_y$  sont les rigidités flexionnelles de la dalle dans les deux directions orthogonales x (axe suivant la largeur W de la dalle) et y (axe suivant la longueur L de la dalle).

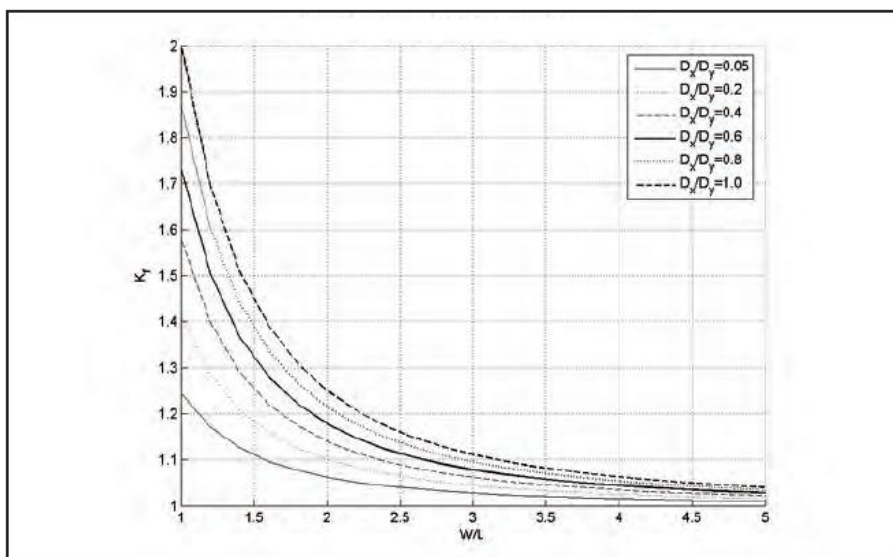


Figure 28 - Multiplicateurs  $k_f$  de la fréquence propre fondamentale pour les planchers solides pleins et les planchers nervurés (figure 4.9a du guide CCIP-016 (CCIP 016, 2006))

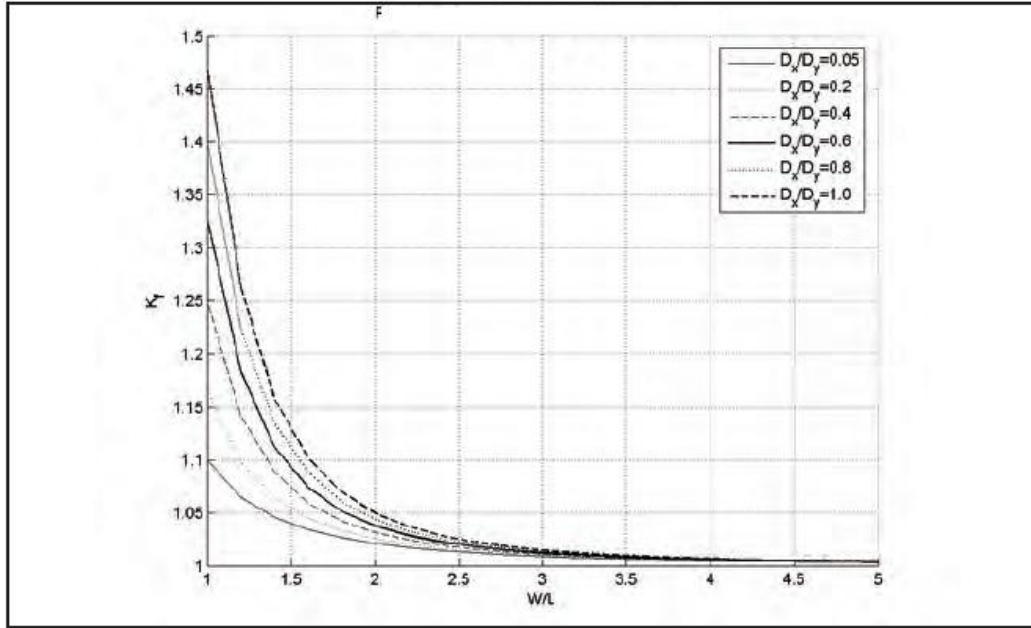


Figure 29 - Multiplicateurs  $k_f$  de la fréquence propre fondamentale pour les planchers composites (figure 4.9b du guide CCIP-016 (CCIP 016, 2006))

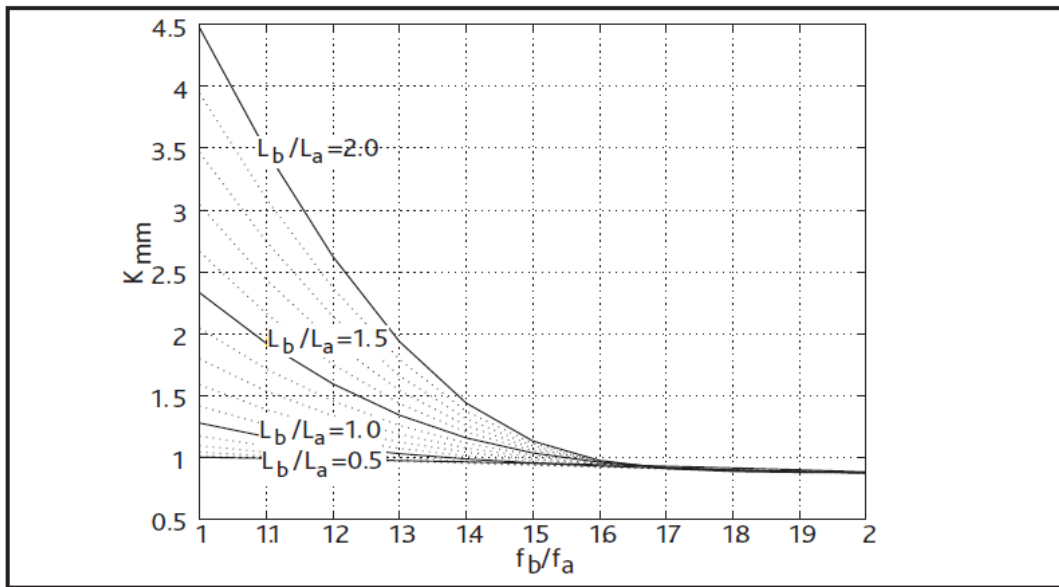


Figure 30 - Facteurs de masse modale  $k_{mm}$  pour une trame avec une trame parallèle adjacente (figure 4.10a du guide CCIP-016 (CCIP 016, 2006))

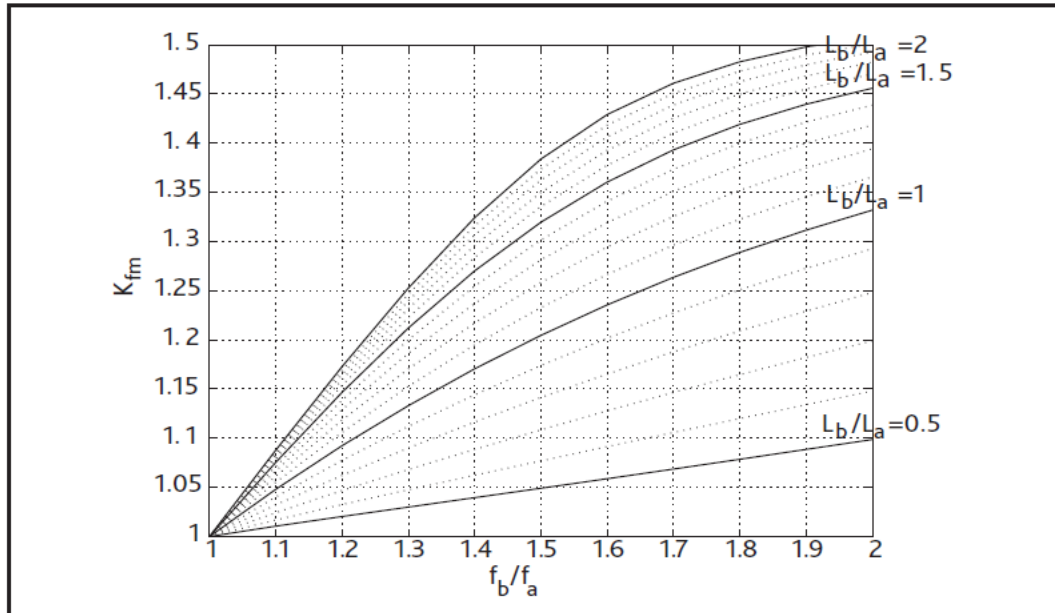


Figure 31 - Multiplicateurs  $k_{fm}$  de la fréquence propre fondamentale pour une trame avec une trame parallèle adjacente (figure 4.10b du guide CCIP-016 (CCIP 016, 2006))

2.3.12.1. Calcul simplifié de la réponse résonante (sous l'action de la marche)

La réponse résonante des planchers ayant une fréquence fondamentale  $f_1 \leq 10$  cycles/s est calculée comme suit :

$$R = \frac{a_t}{0.0071} \tag{Eq. 60}$$

Où :

- R est le facteur de réponse ;
- $a_t$  est l'accélération pic totale (maximale), exprimée en  $m/s^2$  ;

$$a_t = K_{rm} a_1 \tag{Eq. 61}$$

- $K_{rm}$  est un coefficient multiplicatif déterminé (figures 32 et 33) ;
- $a_1$  est l'accélération résonante maximale dans le premier mode pour la vitesse de marche la plus critique, exprimée en  $m/s^2$  ;

$$a_1 = \frac{\rho F_h}{2\xi \hat{m}} \tag{Eq. 62}$$

- $F_h$  est l'amplitude de la force harmonique qui correspond à la fréquence fondamentale de la trame du plancher considérée,  $f_1$ .
- $\rho$  est un coefficient qui prend en compte la réduction de l'effet résonant dû au fait que le piéton ne reste pas suffisamment longtemps sur la structure pour induire une réponse résonante maximale, ou il se déplace hors du point de réponse maximal avant que cette réponse ne soit pleinement développée.

$$\rho = 1 - e^{(-2\pi\xi mN)} \text{ et } N = 0.55h L/l$$

- $h$  représente le numéro harmonique (voir tableau 13) ;
- $m$  est le numéro du mode de vibration ;
- $L$  est la portée traversée ;
- $l$  est la longueur de pas.

Harmonique h	Fréquence $hf_p$ [cycles/s]	Coefficient de Fourier $\alpha_h$
1	1.0 à 2.8	$0.41(hf_p - 0.95)$
2	2.0 à 5.6	$0.0056hf_p + 0.069$
3	3.0 à 8.4	$0.0064hf_p + 0.033$
4	4.0 à 11.2	$0.0065hf_p + 0.013$
$h > 4$	$> 11.2$	0

Tableau 13 - Paramètres de la charge équivalente de la marche (tableau 4.3 du guide CCIP-016 (CCIP 016, 2006))

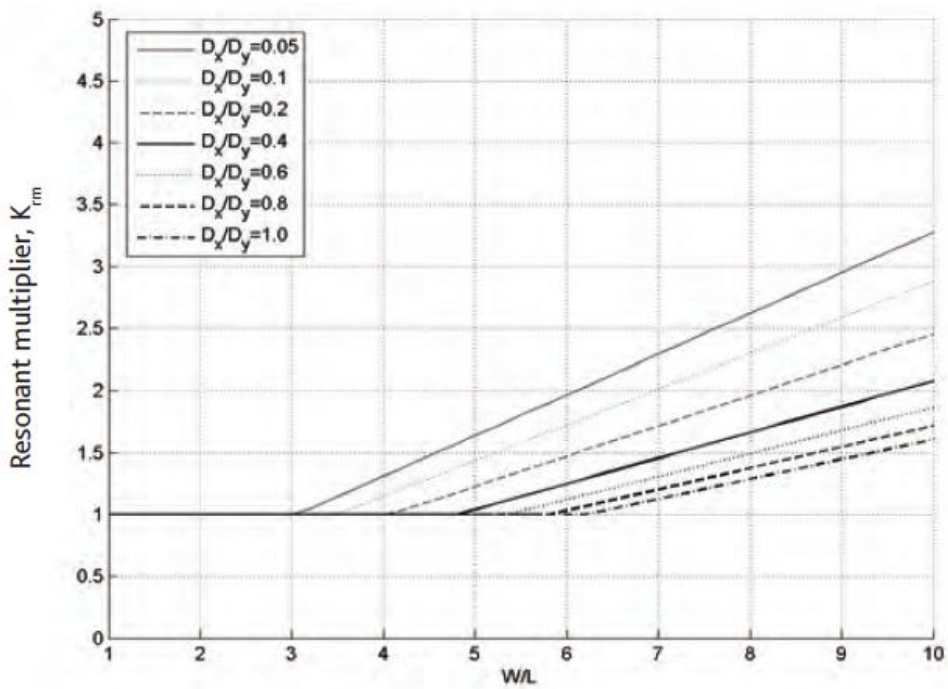


Figure 32 - Multiplicateurs  $k_{rm}$  de réponse résonante pour les planchers solides pleins et les planchers nervurés (figure 4.12a du guide CCIP-016 (CCIP 016, 2006))

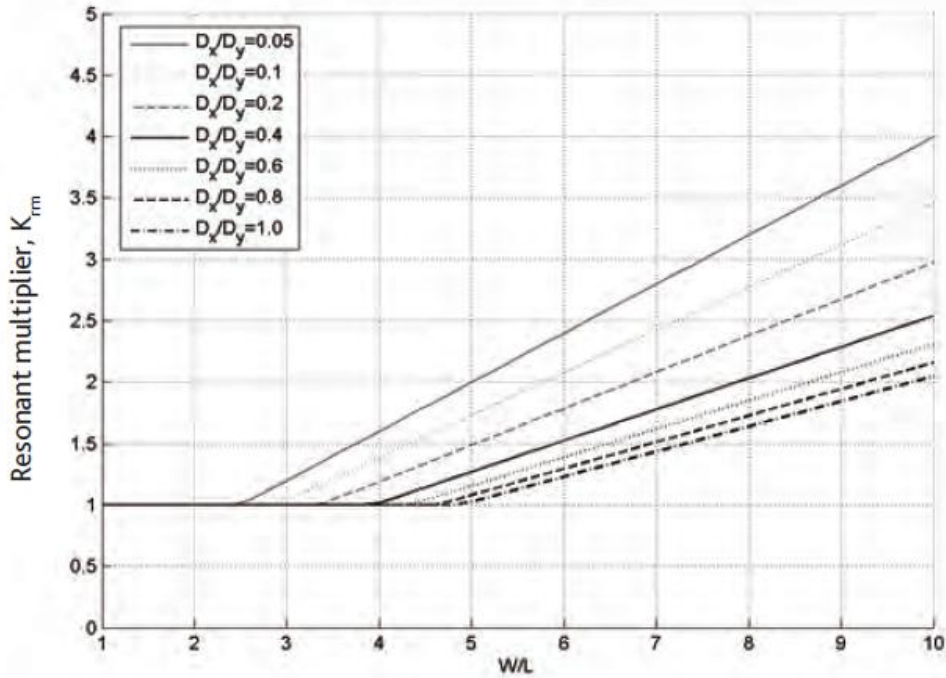


Figure 33 - Multiplicateurs  $k_{rm}$  de réponse résonante pour les planchers composites (figure 4.11b du guide CCIP-016 (CCIP 016, 2006))

### 2.3.12.2. Excitation impulsive de la marche

La réponse impulsive des planchers sous l'action de marche peut être calculée par la relation suivante :

$$R = \frac{v_{RMS}}{v_{R=1}} \quad \text{Eq. 63}$$

Avec :

- $v_{RMS}$  est la réponse effective RMS en vitesse impulsive maximale, exprimée en m/s ;
- $v_{R=1}$  est la valeur de référence de  $v_{RMS}$  (isocourbe), exprimée en m/s ;

$$v_{R=1} = \frac{5 \times 10^{-3}}{2\pi f_1} \text{ si } f_1 < 8 \text{ cycles/s} \quad \text{Eq. 64}$$

$$v_{R=1} = 1 \times 10^{-4} \text{ si } f_1 > 8 \text{ cycles/s}$$

- $\hat{v}_1$  est la réponse en vitesse impulsive dans le premier mode, exprimée en m/s ;
- $\hat{v}$  est la réponse en vitesse impulsive maximale, exprimée en m/s ;

$$\hat{v}_1 = \frac{I_{eff}}{\hat{m}} \quad \text{Eq. 65}$$

$$\hat{v} = K_{im} \hat{v}_1 \quad \text{Eq. 66}$$

$$v_{RMS} = 0.3 \hat{v} \quad \text{si } K_{im} > 2.0 \quad \text{Eq. 67}$$

$$v_{RMS} = 0.3 + 0.12(2 - K_{im}) \text{ si } 1.0 < K_{im} < 2.0$$

- $K_{im}$  est un facteur correctif déterminé des figures 34 et 35 ;
- $I_{eff}$  est l'impulsion effective, exprimée en N.s ;

$$\text{valeur moyenne : } I_{eff} = 42 \left( \frac{f_w^{1.43}}{f_n^{1.3}} \right) \quad \text{Eq. 68}$$

$$\text{valeur de calcul : } I_{eff} = 54 \left( \frac{f_w^{1.43}}{f_n^{1.3}} \right)$$

- $f_w$  est la fréquence de marche (en cycles/s) ;
- $f_n$  est la fréquence propre fondamentale du plancher (en cycles/s).
- 

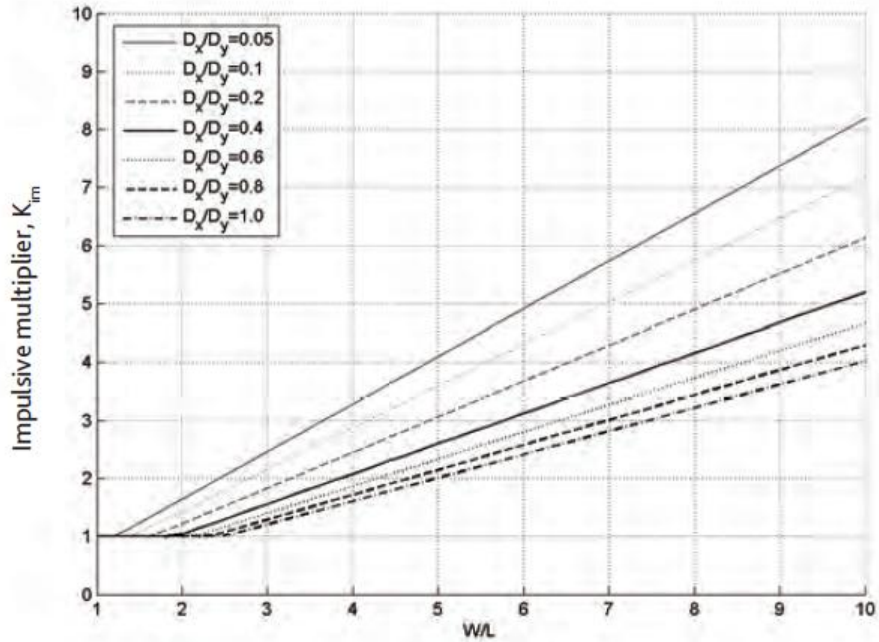


Figure 34 - Multiplicateurs  $k_{im}$  de réponse impulsive pour les planchers solides pleins et les planchers nervurés (figure 4.12a du guide CCIP-016 (CCIP 016, 2006))

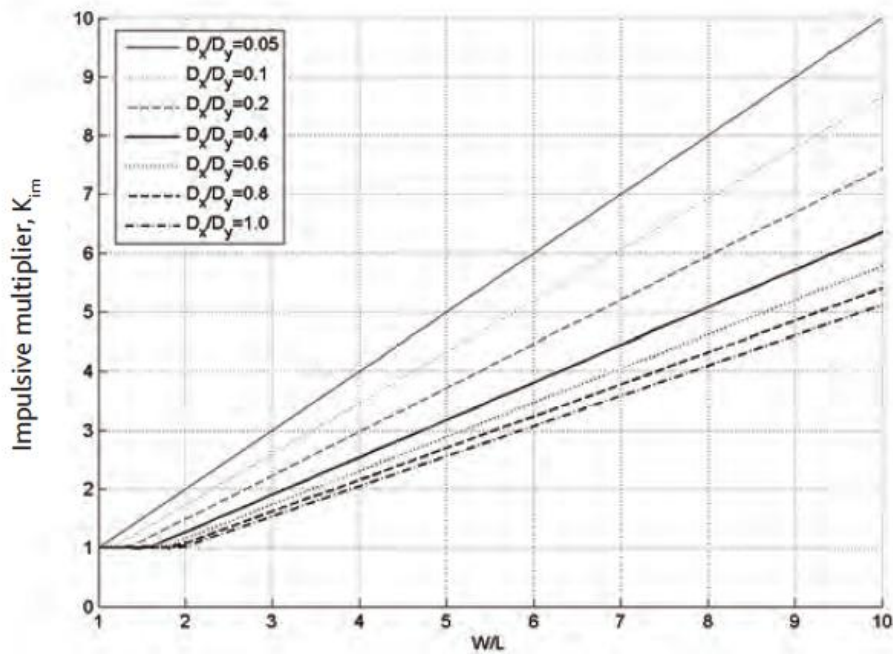
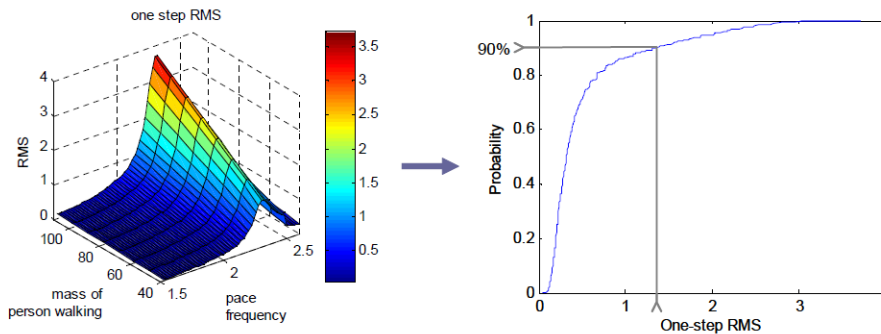


Figure 35 - Multiplicateurs  $k_{im}$  de réponse impulsive pour les planchers composites (figure 4.12b du guide CCIP-016 (CCIP 016, 2006))

### 2.3.13. Guide HIVOSS (Human Induced Vibrations Of Steel Structures)

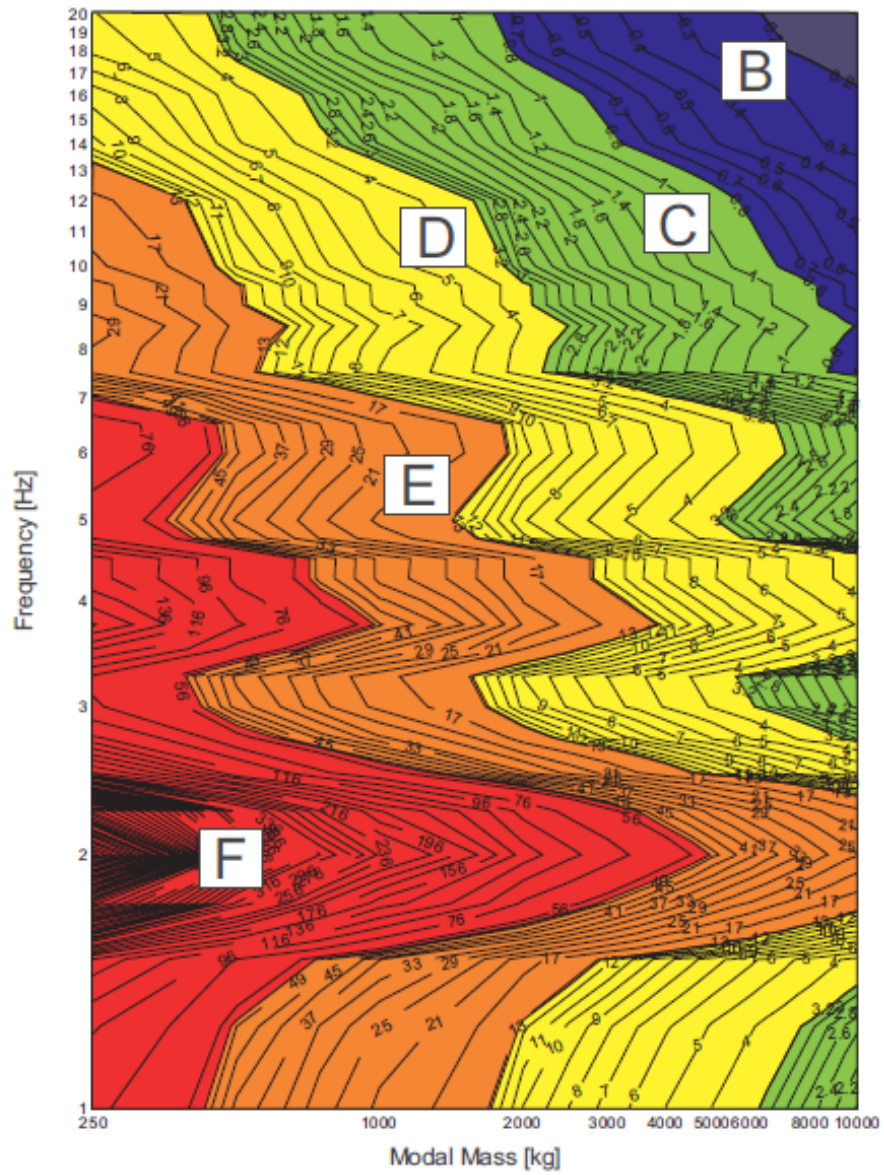
Le guide HIVOSS (HIVOSS, 2007) (Feldmann, et al., 2009) (Sedlacek, et al., 2006) vise l'évaluation du confort vibratoire des planchers soumis aux vibrations verticales causées par la marche de courte durée d'une seule personne. Il est basé sur une étude statistique sur la perception humaine des vibrations de planchers soumis à des impulsions de pas.

La réponse adoptée par ce guide est notée OS-RMS<sub>90</sub> "one step root mean square 90" ; c'est la valeur efficace de réponse en vitesse d'un seul pas de la marche d'une personne, couvrant 90 % de personnes marchant normalement (voir figure 36).



La vérification du niveau de confort selon ce guide nécessite, en premier lieu, l'identification de la masse modale et de la fréquence propre à partir d'un modèle du plancher en éléments finis (ou à défaut à l'aide des méthodes analytiques) et du taux d'amortissement modale.

Pour la masse modale, la fréquence propre et les taux d'amortissement critique déterminés, la valeur d'OS-RMS<sub>90</sub> peut être directement obtenue à partir de l'abaque approprié (un abaque par taux d'amortissement critique, masse généralisée en abscisse, fréquence propre en ordonnée). Un exemple de graphique est présenté sur la figure 37. Le guide comprend en tout neuf graphiques pour des taux d'amortissement variant de 1 % à 9 %.



**Figure B3-2: OS-RMS<sub>90</sub> for 2% Damping**

Figure 37 - Graphique pour la détermination de la valeur de OS-RMS90 pour un taux d'amortissement modal  $\xi = 2\%$

Le taux d'amortissement d'un plancher peut être déterminé selon ce guide comme indiqué dans le tableau 14.

Type	Taux d'amortissement modal [%]
<b>Amortissement dû à la structure <math>\xi_1</math></b>	
Bois	6
Béton	2
Acier	1
Mixte Acier-béton	1
<b>Amortissement dû au mobilier <math>\xi_2</math></b>	
Bureau traditionnel avec cloisons pour 1 à 3 personnes	2
Bureau sans armoires ni étagères	0
Bureau ouvert « open space »	1
Librairie, bibliothèque	1
Résidentiel	1
Ecole	0
Salle de sport	0
<b>Amortissement dû aux finitions <math>\xi_3</math></b>	
Faux-plafond	1
Faux-plancher	0
Chape flottante	1
<b>Taux d'amortissement modal total <math>\xi = \xi_1 + \xi_2 + \xi_3</math></b>	

Tableau 14 - Taux d'amortissement modal

Le guide propose des niveaux d'acceptabilité qui dépendent de la valeur d'OS-RMS<sub>90</sub> obtenue lors de l'étape précédente et du type d'usage du plancher. Les classes et les niveaux d'acceptabilité sont récapitulés dans le tableau 15.

Classe	OS-RMS <sub>90</sub>		Utilisation du plancher										
	Limite inférieure	Limite supérieure	Endroit sensible	Santé	Education	Résidentiel	Bureau	Réunion	Commerce	Hôtel	Prison	Industriel	Sport
A	0	0.1											
B	0.1	0.2											
C	0.2	0.8											
D	0.8	3.2											
E	3.2	12.8											
F	12.8	51.2											

	Recommandé
	Critique
	Non recommandé

Tableau 15 - Classification des planchers et recommandations en fonction de leur utilisation

Si la réponse du plancher est caractérisée par plus d'une fréquence naturelle fondamentale, La valeur finale d'OS-RMS<sub>90</sub> doit être déterminée comme une combinaison des valeurs d'OS-RMS<sub>90</sub> calculés pour chaque mode  $(OS - RMS_{90})_i$ .

$$OS - RMS_{90} = \sqrt{\sum_{i=1}^N (OS - RMS_{90})_i^2} \quad \text{Eq. 69}$$

Où : n est le nombre des modes.

*Note : pour les planchers entrant dans l'usage « Sport », l'attention est portée sur le fait que l'excitation étudiée est toujours la marche d'une seule personne, dont le confort est évalué par rapport aux occupants avoisinants (sportifs ou spectateurs).*

## 2.4. Méthodes simplifiées pour le calcul des propriétés modales

Cette section expose les méthodes analytiques trouvées dans la littérature pour estimer la fréquence propre fondamentale et la masse modale de diverses configurations et conditions de support des planchers. Elle inclut aussi les recommandations issues de la littérature concernant les propriétés des matériaux, telles que le module d'élasticité et l'état de fissuration, ainsi que les recommandations sur la masse à considérer dans le calcul des fréquences propres, notamment la portion des charges d'exploitation.

### 2.4.1. Module d'élasticité du béton

Le module d'élasticité du béton est influencé par la composition de sa formulation et son âge. Cette propriété est également affectée par la durée de l'application des charges ainsi que par l'état du béton, à savoir s'il est fissuré ou intact. Conformément au tableau 3.1 de la norme NF EN 1992-1-1 (NF EN 1992-1-1, October 2005), qui détaille les caractéristiques de résistance et de déformation en fonction de la classe de résistance du béton, les données fournies concernent le béton à poids normal utilisant des agrégats de quartzite. Les caractéristiques sont calculées en fonction de la résistance à la compression du cylindre, notée  $f_{ck}$ , mesurée à 28 jours. Pour calculer le module sécant  $E_{cm}$ , la formule suivante est utilisée :

$$E_{cm} = 22 \left[ \frac{(f_{ck} + 8)}{10} \right]^{0.3} \text{ [GPa]} \quad \text{Eq. 70}$$

Les valeurs du module d'élasticité déterminées à partir de la norme ne sont pas jugées adéquates pour le calcul des flèches des éléments structuraux, et par conséquent la fréquence naturelle fondamentale. Le comportement dynamique implique généralement des vibrations de faible amplitude pour lesquelles le module sécant à 28 jours,  $E_{cm}$ , n'est pas pertinent. Pour obtenir une estimation fiable de la fréquence, il est recommandé d'utiliser un module dynamique approximatif, correspondant au module initial tangent. Cette translation correspond à une augmentation entre 10 et 20 % de la valeur sécante du module d'élasticité (voir figure 38).

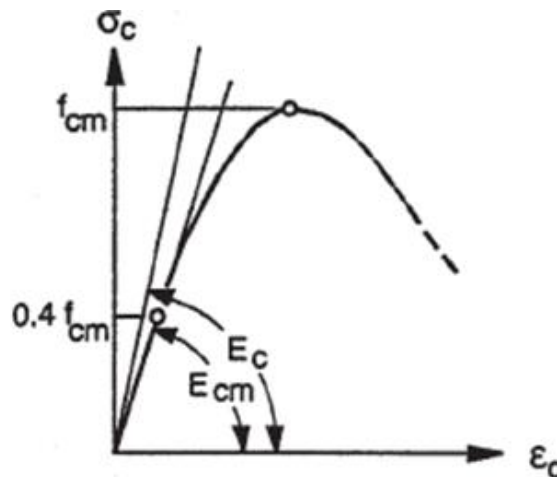


Figure 38 - Module tangent initial du béton

Le tableau 16 récapitule les valeurs du module d'élasticité recommandées et adoptées, telles qu'identifiées dans divers guides issus de la littérature.

Référence	Module dynamique $E_{dyn}$ [GPa]	Amplification dynamique $\psi_{dyn} = \frac{E_{dyn}}{E_{cm}}$ [-]
Guide AISC (AISC (American Institute of Steel Construction), 2016)	$1.35 \times E_{cm}$	1.35
Guide SCI P354 (SCI Publication P354, 2009)	22 GPa pour le béton léger 38 GPa pour le béton de poids normal	Dépend de la classe du béton (en moyenne 1.1)
Guide CCIP-016 (CCIP 016, 2006)	22 GPa pour le béton léger 38 GPa pour le béton de poids normal	
Fanella et Mota, 2014 (Fanella & Mota, 2014)	$1.2 \times E_{cm}$	1.2
Guide HIVOSS (Sedlacek, et al., 2006)	$1.1 \times E_{cm}$	1.1

Tableau 16 - Module d'élasticité dynamique du béton pour l'analyse vibratoire

#### 2.4.2. Etat de fissuration du béton

L'Eq. 9 démontre que la fréquence fondamentale d'un système donné est directement proportionnelle à la racine carrée de la raideur. Pour un élément subissant des vibrations de flexion (vibration translationnelle dans le sens vertical), la raideur correspond à la rigidité flexionnelle de cet élément. Par conséquent le degré de fissuration de l'élément affecte significativement la fréquence fondamentale des planchers et des poutres. En présence de fissures, la fréquence de l'élément diminue de manière notable. Pour illustrer, si l'inertie d'une poutre fissurée est de 50 % de son inertie initiale dans l'état non fissuré, cela résulte en une diminution approximative de 30 % de la fréquence fondamentale. Cet exemple souligne l'importance de considérer l'état de fissuration de l'élément structural dans l'analyse vibratoire afin de mieux évaluer le comportement et la réponse de l'élément face aux sollicitations induites par la marche et les actions rythmiques.

Le tableau 17 présente les hypothèses adoptées sur l'état du béton, telles qu'identifiées dans divers guides issus de la littérature, pour l'analyse vibratoire.

Référence	Hypothèse sur l'état du béton
Guide AISC (AISC (American Institute of Steel Construction), 2016)	Section non fissurée
Guide SCI P354 (SCI Publication P354, 2009)	Section non fissurée
Guide CCIP-016 (CCIP 016, 2006)	Il est recommandé de réduire le module d'élasticité du béton afin de tenir compte de l'état de fissuration du béton
Fanella et Mota, 2014 (Fanella & Mota, 2014)	Prise en compte de la fissuration en fonction des charges appliquées (Méthode présentée ci-dessous)
Guide HIVOSS (Sedlacek, et al., 2006)	Section non fissurée
Norme ACI (ACI, 2014)	Deux possibilités : <ol style="list-style-type: none"> <li>2. Calcul de l'inertie fissurée du béton sous les charges appliquées ;</li> <li>3. Réduire l'inertie initiale en appliquant des coefficients forfaitaires :                             <ul style="list-style-type: none"> <li>• Pour les poutres : <math>I_{fiss} = 1.4 \times 0.35 \times I_{non-fiss} = 0.49 \times I_{non-fiss}</math></li> <li>• Pour les dalles pleines : <math>I_{fiss} = 1.4 \times 0.25 \times I_{non-fiss} = 0.35 \times I_{non-fiss}</math></li> </ul> </li> </ol>

Tableau 17 - Hypothèses prises dans différentes références issues de la littérature sur l'état du béton pour l'analyse vibratoire

La méthode présentée dans l'ouvrage de Fanella et Mota, 2014 (Fanella & Mota, 2014), qui reprend celle initialement proposée dans la norme ACI (ACI, 2014) pour le calcul des flèches, est détaillée ci-dessous.

Cette méthode prend en compte la contribution des moments négatifs et positifs dans l'élément étudié pour trouver une inertie équivalente moyenne de la travée, notée  $I_{e,avg}$ . Cette inertie peut être calculée par les relations suivantes :

**1- Pour les poutres ou les dalles continues des deux côtés :**

$$I_{e,avg} = 0.70I_{em} + 0.15(I_{e1} + I_{e2}) \quad \text{Eq. 71}$$

**2- Pour les poutres ou les dalles continues d'un seul côté :**

$$I_{e,avg} = 0.85I_{em} + 0.15I_{e1(\text{appui de continuité})} \quad \text{Eq. 72}$$

**3- Pour les planchers avec des panneaux rectangulaires :**

$$I_{e/\text{panneau}} = \frac{(I_{e,cs,x} + I_{e,ms,y}) + (I_{e,cs,y} + I_{e,ms,x})}{2} \quad \text{Eq. 73}$$

Où

- $I_{em}$ ,  $I_{e1}$ , et  $I_{e2}$  sont les valeurs de l'inertie effective de la section à mi-portée et aux appuis gauche et droite, respectivement ;
- $I_{e/\text{panneau}}$  est l'inertie équivalente moyenne du panneau considéré du plancher ;

- $I_{e,cs,x}$  et  $I_{e,cs,y}$  représentent les inerties équivalentes dans les deux directions pour les bandes sur appuis (poteaux) ;
- $I_{e,cs,x}$  et  $I_{e,cs,y}$  représentent les inerties équivalentes dans les deux directions pour les bandes centrales.

La valeur de l'inertie effective est calculée par l'Eq. 74 pour les poutres ou les dalles avec un ratio d'acier  $>$  à 1% et par l'Eq. 75 pour les dalles avec un ratio d'acier  $<$  à 1% :

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 I_g + \left(1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right) I_{cr} \leq I_g \quad \text{Eq. 74}$$

$$I_e = \frac{I_{cr}}{1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2 \left[1 - \frac{I_{cr}}{I_g}\right]} \leq I_g \quad \text{Eq. 75}$$

Avec :

- $M_{cr}$  est le moment critique de fissuration  $M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t}$  ;
- $I_g$  est le moment d'inertie brut de la section en béton armé, non fissurée ;
- $I_{cr}$  est le moment d'inertie de la section fissurée ;
- $f_r$  est la résistance en traction du béton ;
- $y_t$  est la distance entre l'axe neutre de la section homogénéisée et la fibre tendue extrême ;
- $M_a$  est le moment maximal dans la section au stade de chargement pour lequel le moment d'inertie est calculé ou à tout stade de chargement précédent.

Pour intégrer l'effet du retrait gêné, Fanella et Mota, 2014 (Fanella & Mota, 2014) suggèrent d'utiliser une résistance en traction réduite du béton dans le calcul du moment de fissuration. Ils recommandent de considérer une résistance du béton en traction équivalente à 60 % de sa valeur moyenne.

### 2.4.3. Masse du plancher

Pour déterminer la fréquence naturelle d'un système de plancher, il est essentiel de prendre en compte sa masse effective. La masse du plancher ainsi que les charges qu'il supporte effectivement jouent un rôle important dans la résistance aux accélérations engendrées par les forces dynamiques.

La masse du plancher influence son comportement vibratoire de plusieurs manières. Une masse plus élevée réduit les amplitudes des vibrations en réponse aux charges, offrant plus de confort et de stabilité (augmentation de l'amortissement). Elle impacte également la fréquence propre du plancher : un plancher plus léger a une fréquence propre plus élevée, tandis qu'un plancher plus lourd a une fréquence propre plus basse.

La masse effective du plancher est égale à la masse du plancher plus toutes les masses équivalentes des charges permanentes et d'exploitation supplémentaires que le plancher supporte. Lorsqu'on considère les charges d'exploitation appliquées, l'estimation de la charge réellement attendue dans l'analyse vibratoire est essentielle.

Les recommandations disponibles dans la littérature sur les valeurs des charges d'exploitation à retenir dans l'analyse vibratoire sont présentées dans le tableau 18.

Référence	Charges d'exploitation recommandées [kN/m <sup>2</sup> ]				
	Résidentiel	Bureau numérique	Bureau traditionnel	Réunion	Commerce
Guide AISC (AISC (American Institute of Steel Construction), 2016)	0.3	0.3-0.4	0.53	0	0
NF EN 1993-1-1/NA (NF EN 1993-1-1/NA, 2013)	20% de charges d'exploitation prises en compte dans la combinaison caractéristique et 100% des composants des charges d'exploitation solidement fixés à la structure.				
NF EN 1995-1-1 (NF EN 1995-1-1, 2005)	0				
Guide SCI P354 (SCI Publication P354, 2009)	Si l'ingénieur est assuré de la présence de certaines charges sur la structure, il est possible d'ajouter une provision pour les charges semi-permanentes. Toutefois, cette provision ne doit pas être prise en compte pour les planchers soumis à des actions de danse ou aux activités d'aérobic ou rythmiques. Toutefois, le guide conseille de ne pas prendre en compte une charge d'exploitation appliquée sur le plancher pour la vérification vibratoire.				
Guide CCIP-016 (CCIP 016, 2006)	Le guide recommande de ne pas inclure la charge d'exploitation dans l'analyse. Cependant, il est possible de prendre en compte 10 % de la charge d'exploitation nominale si l'on peut justifier la présence permanente de ce pourcentage.				
Fanella et Mota, 2014 (Fanella & Mota, 2014)	0.3	0.53		0	0
Guide HIVOSS (Sedlacek, et al., 2006)	Le guide indique que la charge d'exploitation doit être limitée, mais ne fournit pas de valeurs spécifiques sur les charges à appliquer. Lorsque le concepteur peut être sûr de l'existence de ces dernières charges, il convient de prendre en compte la partie quasi-permanente des charges d'exploitation dans une limite de 10 % des charges caractéristiques.				
Norme ACI (ACI, 2014) NF EN 1990 (NF EN 1990, Mars 2003) Norme ASCE/SEI 7-16 (ASCE/SEI 7-16, 2017)	Aucune recommandation ou indication n'est fournie sur la portion de la charge d'exploitation à considérer pour l'analyse vibratoire. Les trois normes spécifient que la vérification doit être effectuée à l'état limite de service.				

Tableau 18 - Valeurs des charges d'exploitation recommandées pour l'analyse vibratoire des planchers

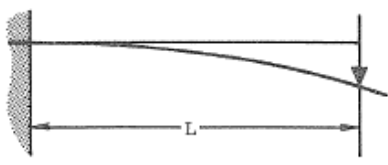
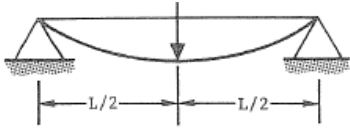
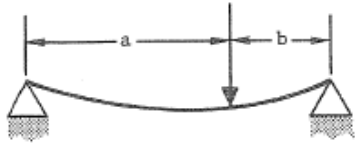
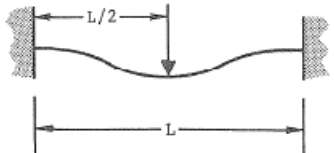
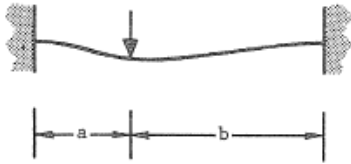
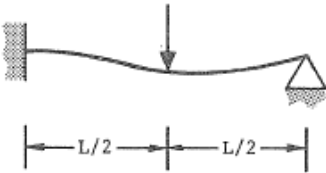
#### 2.4.4. Calcul des grandeurs modales fondamentale – Approche analytique simplifiée

Pour estimer les grandeurs modales fondamentales des planchers et des poutres, telles que la masse modale et la fréquence fondamentale, diverses méthodes analytiques simplifiées ont été proposées dans la littérature. La présente section détaille ces méthodes.

### 2.4.4.1. Ouvrage de Robert Blevins (Blevins, 1979)

L'ouvrage de M. Robert Blevins, intitulé « Formulas for Natural Frequency and Mode Shape » (Blevins, 1979), publié en 1979, expose des relations analytiques permettant d'évaluer les fréquences propres pour diverses conditions de support des poutres simples, poutres continues et plaques. Les relations proposées sont détaillées ci-après.

Le tableau 19 présente la raideur du système ressort-masse équivalent en fonction des conditions d'appuis de la poutre.

Géométrie, conditions d'appuis, cas de charge	Raideur du ressort du système à 1 DDL équivalent K [force/flèche]
	$\frac{3EI}{L^3}$
	$\frac{48EI}{L^3}$
	$\frac{3EI(a+b)}{a^2b^2}$
	$\frac{192EI}{L^3}$
	$\frac{3EI(a+b)^3}{a^3b^3}$
	$\frac{768EI}{7L^3}$

*Note : Toutes les poutres présentées dans ce tableau sont considérées comme homogènes et possédant une inertie constante. Les valeurs de raideur indiquées sont applicables uniquement pour une analyse linéaire élastique, avec un élancement de la poutre (longueur sur épaisseur) supérieur à 10. E est le module d'élasticité du matériau, I : est le moment d'inertie quadratique de la section.*

Tableau 19 - Raideur K du ressort pour un système à 1 DDL équivalent d'une poutre

Les fréquences propres et les déformées modales des poutres simples (une seule travée) homogènes, uniformes et de masse  $m$  uniformément répartie sont présentées dans le tableau 20.

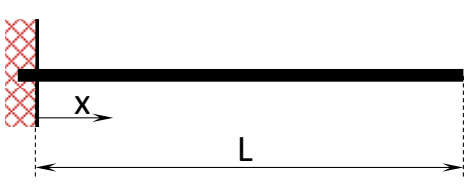
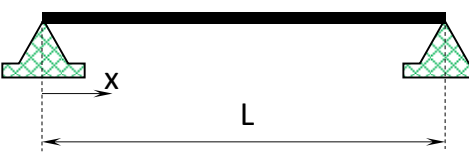
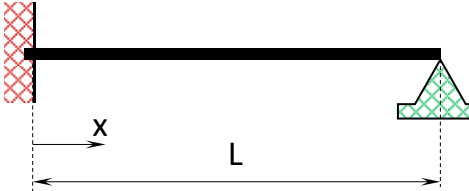

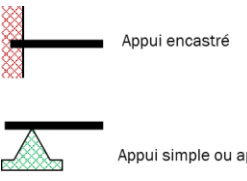
Conditions d'appuis	$\lambda_i$	Déformée modale $\hat{y}\left(\frac{x}{L}\right)$	$\sigma_i$
 $\cos(\lambda_i) \cosh(\lambda_i) + 1 = 0$ $\sigma_i = \frac{\sinh(\lambda_i) - \sin(\lambda_i)}{\cosh(\lambda_i) + \cos(\lambda_i)}$	1.87510407 4.69409113 7.85475744 10.99554073 14.13716869 Pour $i > 5$ $(2i - 1) \frac{\pi}{2}$	$\cosh\left(\frac{\lambda_i x}{L}\right) - \cos\left(\frac{\lambda_i x}{L}\right)$ $-\sigma_i \left( \sinh\left(\frac{\lambda_i x}{L}\right) - \sin\left(\frac{\lambda_i x}{L}\right) \right)$	0.734095514 1.018467319 0.999224497 1.000033553 0.999998550 Pour $i > 5$ $\cong 1$
	$i\pi$	$\sin\left(\frac{i\pi x}{L}\right)$	-
 $\tan(\lambda_i) = \tanh(\lambda_i)$ $\sigma_i = \frac{\cosh(\lambda_i) - \cos(\lambda_i)}{\sinh(\lambda_i) - \sin(\lambda_i)}$	3.92660231 7.06858275 10.21017612 13.35176878 16.49336143 Pour $i > 5$ $(4i + 1) \frac{\pi}{4}$	$\cosh\left(\frac{\lambda_i x}{L}\right) - \cos\left(\frac{\lambda_i x}{L}\right)$ $-\sigma_i \left( \sinh\left(\frac{\lambda_i x}{L}\right) - \sin\left(\frac{\lambda_i x}{L}\right) \right)$	1.000777304 1.000001445 1.000000000 1.000000000 1.000000000 Pour $i > 5$ $= 1$
 $\cos(\lambda_i) \cosh(\lambda_i) = 1$ $\sigma_i = \frac{\cosh(\lambda_i) - \cos(\lambda_i)}{\sinh(\lambda_i) - \sin(\lambda_i)}$	4.73004074 7.85320462 10.9956079 14.1371655 17.2787597 Pour $i > 5$ $(2i + 1) \frac{\pi}{2}$	$\cosh\left(\frac{\lambda_i x}{L}\right) - \cos\left(\frac{\lambda_i x}{L}\right)$ $-\sigma_i \left( \sinh\left(\frac{\lambda_i x}{L}\right) - \sin\left(\frac{\lambda_i x}{L}\right) \right)$	0.982502215 1.000777312 0.999966450 1.000001450 0.999999937 Pour $i > 5$ $= 1$
 $i = 1, 2, 3, \dots$ et $f_i = \frac{\lambda_i^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}$			
<p><math>E</math> est le module d'élasticité du matériau, <math>I</math> : est le moment d'inertie quadratique de la section, <math>m</math> est la masse uniformément répartie de la poutre.</p>			

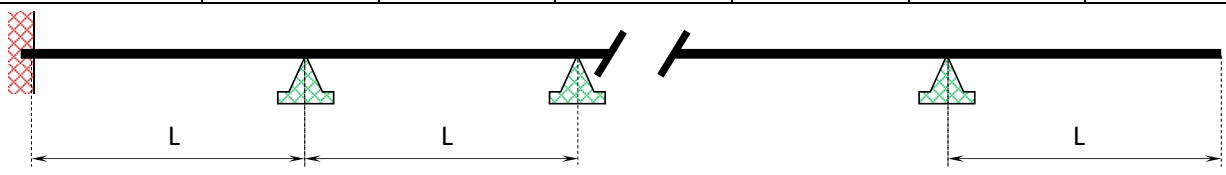
Tableau 20 - Fréquences propres et déformées modales associées pour les poutres simples uniformes et homogènes (Blevins, 1979)

Pour le cas des poutres continues, reposant sur plusieurs appuis simples ayant des sections transversales constantes, des portées égales et une masse  $m$  uniformément répartie sur toutes les travées, les valeurs de  $\lambda_i$  en fonction des conditions d'appuis des extrémités sont présentées dans le tableau 21. Les fréquences propres des différentes modes propres sont calculées par l'Eq. 76.

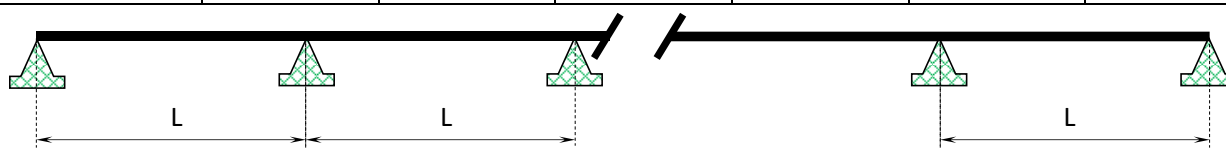
$$f_i = \frac{\lambda_i^2}{2\pi L^2} \sqrt{\left(\frac{EI}{m}\right)} \quad \text{Eq. 76}$$

Nombre des travées	Numéro du mode propre considéré $i$					
	1	2	3	4	5	6
	Valeur de $\lambda_i$					
1	4.730	7.853	11.00	14.14	17.28	20.42
2	1.875	3.927	4.694	7.069	7.855	10.21
3	1.412	1.648	3.580	4.273	4.707	6.707
4	1.506	1.571	3.413	3.928	4.438	4.713
5	1.530	1.548	3.324	3.710	4.144	4.528
6	1.537	1.542	3.270	3.568	3.927	4.285
7	1.538	1.540	3.237	3.471	3.770	4.084
8	1.539	1.539	3.215	3.404	3.653	3.926
9	1.539	1.539	3.200	3.353	3.564	3.803
10	1.539	1.539	3.189	3.316	3.496	3.705
11	1.539	1.539	3.180	3.287	3.443	3.626
12	1.539	1.539	3.174	3.265	3.400	3.563
13	1.539	1.539	3.169	3.248	3.365	3.510
14	1.539	1.539	3.166	3.234	3.337	3.466
15	1.539	1.539	3.162	3.222	3.313	3.430
1	3.927	7.069	10.21	13.35	16.49	19.63
2	1.505	3.412	4.431	6.541	7.574	9.678
3	1.536	3.270	3.927	4.580	6.410	7.070
4	1.539	3.215	3.653	4.200	4.640	6.358
5	1.539	3.188	3.496	3.926	4.358	4.668
6	1.539	3.173	3.400	3.742	4.112	4.455

7	1.539	3.166	3.337	3.611	3.927	4.241
8	1.539	3.160	3.294	3.519	3.786	4.066
9	1.539	3.156	3.263	3.449	3.679	3.927
10	1.539	3.153	3.241	3.397	3.595	3.814
11	1.539	3.150	3.225	3.357	3.528	3.723
12	1.539	3.150	3.212	3.325	3.475	3.6475
13	1.539	3.148	3.202	3.300	3.432	3.586
14	1.539	3.147	3.194	3.279	3.396	3.534
15	1.539	3.147	3.187	3.263	3.367	3.490



1	1.875	4.694	7.855	11.00	14.14	17.28
2	1.570	3.923	4.707	7.058	7.842	10.19
3	1.541	3.570	4.283	4.720	6.707	7.430
4	1.539	3.403	3.928	4.450	4.723	6.545
5	1.539	3.316	3.706	4.148	4.538	4.724
6	1.539	3.265	3.563	3.927	4.292	4.592
7	1.539	3.233	3.466	3.767	4.086	4.389
8	1.539	3.213	3.399	3.649	3.926	4.204
9	1.539	3.198	3.349	3.560	3.802	4.051
10	1.539	3.187	3.312	3.492	3.703	3.927
11	1.539	3.179	3.285	3.439	3.624	3.624
12	1.539	3.173	3.263	3.397	3.559	3.739
13	1.539	3.168	3.245	3.362	3.507	3.669
14	1.539	3.165	3.232	3.334	3.463	3.609
15	1.539	3.162	3.221	3.311	3.427	3.559



1	3.142	6.283	9.425	12.57	15.71	18.85
2	3.142	3.927	6.283	7.068	9.424	10.21
3	3.142	3.557	4.297	4.713	6.707	7.43
4	3.142	3.393	3.928	4.463	6.283	6.545
5	3.142	3.310	3.700	4.152	4.550	6.284
6	3.142	3.260	3.557	3.927	4.293	4.602

7	3.142	3.230	3.460	3.764	4.089	4.394
8	3.142	3.210	3.394	3.645	3.926	4.208
9	3.142	3.196	3.344	3.557	3.800	4.053
10	3.142	3.186	3.309	3.488	3.700	3.927
11	3.142	3.178	3.282	3.436	3.621	3.823
12	3.142	3.173	3.261	3.393	3.557	3.738
13	3.142	3.168	3.244	3.359	3.504	3.666
14	3.141	3.164	3.230	3.332	3.460	3.607
15	3.141	3.161	3.219	3.309	3.424	3.557

1	3.927	7.069	10.21	13.35	16.49	19.63
2	3.393	4.463	6.545	7.591	9.687	10.73
3	3.261	3.927	4.600	6.410	7.070	7.727
4	3.210	3.645	4.207	4.655	6.357	6.795
5	3.186	3.488	3.926	4.366	4.682	6.332
6	3.173	3.393	3.738	4.115	4.463	4.697
7	3.164	3.331	3.607	3.927	4.247	4.527
8	3.159	3.290	3.514	3.784	4.069	4.341
9	3.156	3.260	3.444	3.675	3.927	4.178
10	3.153	3.239	3.393	3.592	3.813	4.041
11	3.151	3.222	3.354	3.525	3.721	3.927
12	3.149	3.210	3.322	3.472	3.645	3.832
13	3.148	3.200	3.297	3.428	3.383	3.751
14	3.147	3.192	3.277	3.393	3.531	3.684
15	3.147	3.186	3.261	3.364	3.489	3.627

1	4.730	7.853	11.00	14.14	17.28	20.42
2	3.927	4.730	7.068	7.853	10.21	11.00
3	3.557	4.297	4.730	9.707	7.430	7.853
4	3.393	3.928	4.463	4.730	6.545	7.068
5	3.310	3.700	4.152	4.550	4.730	6.460
6	3.260	3.557	3.927	4.298	4.602	4.730

7	3.230	3.460	3.764	4.089	4.394	4.634
8	3.210	3.394	3.645	3.926	4.208	4.464
9	3.196	3.344	3.557	3.800	4.053	4.298
10	3.186	3.309	3.488	3.700	3.927	4.153
11	3.178	3.282	3.435	3.621	3.823	4.030
12	3.173	3.261	3.393	3.557	3.738	3.927
13	3.168	3.244	3.359	3.504	3.666	3.839
14	3.164	3.230	3.332	3.460	3.607	3.764
15	3.161	3.219	3.309	3.424	3.557	3.701

Tableau 21 - Fréquences propres pour les poutres continues reposant sur plusieurs appuis simples ayant des sections transversales constantes, des portées égales et une masse uniformément répartie sur toutes les travées (Blevins, 1979)

Pour les cas des éléments plaques isotropes, les fréquences propres sont calculées par l'Eq. 77 :

$$f_{ij} = \frac{\lambda_{ij}^2}{2\pi a^2} \sqrt{\frac{EI}{\gamma(1-\nu^2)}} \quad \text{Eq. 77}$$

$$i = 1,2,3,\dots; j = 1,2,3,\dots$$

Où :

- $a$  est la longueur de la plaque ;
- $b$  est la largeur de la plaque ;
- $h$  est l'épaisseur de la plaque ;
- $I$  est le moment quadratique de la section =  $h^3/12$  (pour une section rectangulaire) ;
- $E$  est le module d'élasticité du matériau ;
- $i$  et  $j$  sont le nombre de demi-ondes de la déformée modale le long du grand axe et du petit axe de la plaque ;
- $\gamma$  est la masse par unité de surface ;
- $\nu$  est le coefficient de poisson.

Pour une plaque rectangulaire appuyée sur tous ses bords,  $\lambda_{ij}$  est donné par :

$$\lambda_{ij}^2 = \pi^2 \left[ i^2 + \left(\frac{a}{b}\right)^2 j^2 \right] \quad \text{Eq. 78}$$

$$i = 1,2,3,\dots; j = 1,2,3,\dots$$

Pour les autres conditions d'appuis des bords, le tableau 22 montre les valeurs de  $\lambda_{ij}^2$  à utiliser en fonction des conditions d'appuis appliquées sur les 4 bords (voir figure 39 pour l'orientation de la plaque et les numéros des bords). L'annexe 1 présente les valeurs de  $\lambda_{ij}^2$  nécessaires pour le calcul des fréquences propres dans le cas des plaques comportant au moins un bord libre.

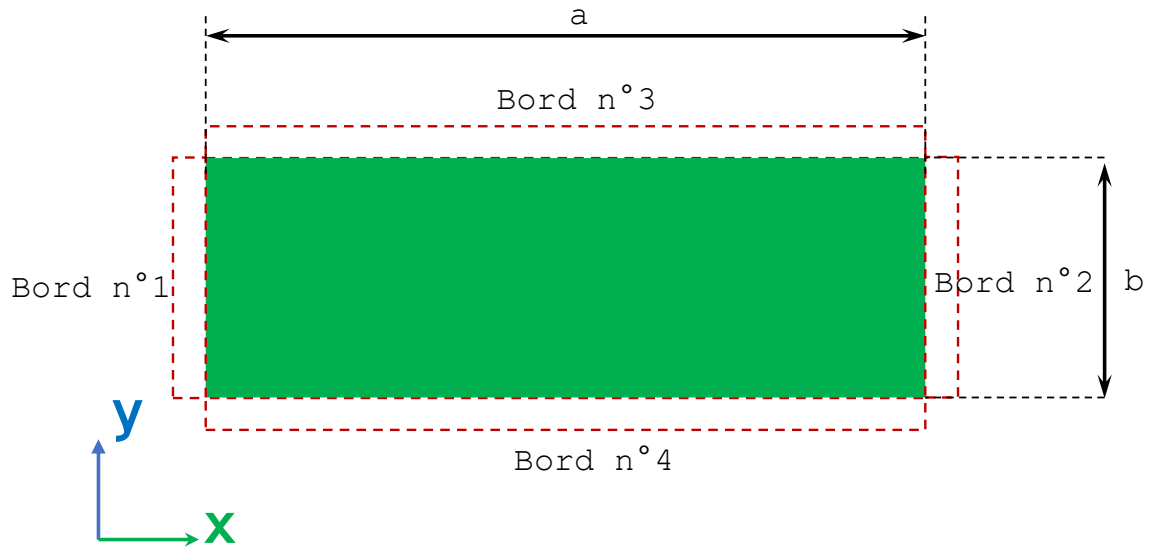


Figure 39 - Orientation des axes et numéros des bords pour un élément plaque rectangulaire

Conditions d'appuis (C : Encastrée ; S : Articulée)				$\frac{a}{b}$	$\lambda_{ij}^2$ et [ij]					
Bord n°					1	2	3	4	5	6
1	2	3	4							
S	S	S	S	0.4	11.45 [11]	16.19 [12]	24.08 [13]	35.14 [14]	21.06 [21]	45.80 [22]
				2/3	14.26 [11]	27.42 [12]	43.86 [21]	49.35 [13]	57.02 [22]	78.96 [23]
				1	19.74 [11]	49.35 [21]	49.35 [12]	78.96 [22]	98.70 [31]	98.70 [13]
				1.5	32.08 [11]	61.69 [21]	98.70 [12]	111.0 [31]	128.30 [22]	177.7 [32]
				2.5	71.56 [11]	101.16 [21]	150.5 [31]	219.6 [41]	256.6 [12]	286.2 [22]
S	S	C	S	0.4	11.75 [11]	17.19 [12]	25.92 [13]	37.83 [14]	41.21 [21]	46.36 [22]
				2/3	15.58 [11]	31.07 [12]	44.56 [21]	55.39 [13]	59.46 [22]	83.61 [23]
				1	23.65 [11]	51.67 [21]	58.65 [12]	86.13 [22]	100.3 [31]	113.2 [13]
				1.5	42.53 [11]	69.00 [21]	116.3 [31]	121.0 [12]	147.6 [22]	184.1 [41]
				2.5	103.9 [11]	128.3 [21]	172.4 [31]	237.3 [41]	320.8 [12]	323.0 [51]

C	S	C	S	0.4	16.85 [11]	21.36 [12]	29.24 [13]	40.51 [14]	51.46 [21]	55.12 [15]
				2/3	19.95 [11]	34.02 [12]	54.37 [21]	57.52 [13]	67.82 [22]	90.07 [14]
				1	27.06 [11]	60.54 [21]	60.79 [12]	92.86 [22]	114.6 [13]	114.7 [31]
				1.5	44.89 [11]	76.55 [21]	122.3 [12]	129.4 [31]	152.6 [22]	202.7 [41]
				2.5	105.3 [11]	133.5 [21]	182.7 [31]	253.2 [41]	321.6 [12]	344.5 [51]
C	S	C	S	0.4	16.85 [11]	21.36 [12]	29.24 [13]	40.51 [14]	51.46 [21]	55.12 [15]
				2/3	19.95 [11]	34.02 [12]	54.37 [21]	57.52 [13]	67.82 [22]	90.07 [14]
				1	27.06 [11]	60.54 [21]	60.79 [12]	92.86 [22]	114.6 [13]	114.7 [31]
				1.5	44.89 [11]	76.55 [21]	122.3 [12]	129.4 [31]	152.6 [22]	202.7 [41]
				2.5	105.3 [11]	133.5 [21]	182.7 [31]	253.2 [41]	321.6 [12]	344.5 [51]
S	S	C	C	0.4	12.13 [11]	18.36 [12]	27.97 [13]	40.75 [14]	41.38 [21]	47.00 [22]
				2/3	17.37 [11]	35.34 [12]	45.43 [21]	62.05 [13]	62.31 [22]	88.80 [23]
				1	28.95 [11]	54.74 [21]	69.32 [12]	94.59 [22]	102.2 [31]	129.1 [13]
				1.5	56.35 [11]	78.98 [21]	123.2 [31]	146.3 [12]	170.1 [22]	189.1 [41]
				2.5	145.5 [11]	164.7 [21]	202.2 [31]	261.1 [41]	342.1 [51]	392.9 [12]
C	C	C	S	0.4	23.44 [11]	27.02 [12]	33.80 [13]	44.13 [14]	58.03 [15]	62.97 [21]
				2/3	25.86 [11]	38.10 [12]	60.33 [13]	65.62 [21]	77.56 [22]	92.15 [14]
				1	31.83 [11]	63.35 [12]	71.08 [21]	100.8 [22]	116.4 [13]	130.4 [31]
				1.5	48.17 [11]	85.51 [21]	124.0 [12]	144.0 [31]	158.4 [22]	214.8 [32]
				2.5	107.1 [11]	139.7 [21]	194.4 [31]	270.5 [41]	322.6 [12]	353.4 [22]

C	C	C	C	0.4	23.65 [11]	27.82 [12]	35.45 [13]	46.7 [14]	61.55 [15]	63.10 [21]
				2/3	27.01 [11]	41.72 [12]	66.14 [21]	66.55 [13]	79.85 [22]	100.9 [14]
				1	35.99 [11]	73.41 [21]	73.41 [12]	108.3 [22]	131.6 [31]	132.2 [13]
				1.5	60.77 [11]	93.86 [21]	148.8 [12]	149.74 [31]	179.7 [22]	226.9 [41]
				2.5	147.80 [11]	173.9 [21]	221.5 [31]	291.9 [41]	384.7 [51]	394.4 [12]

Tableau 22 - Valeurs de  $\lambda_{ij}^2$  pour le calcul des fréquences propres des éléments plaques rectangulaires isotropes (les valeurs indiquées dans ce tableau sont indépendantes de la valeur du coefficient de Poisson)

Les déformées modales pour une plaque appuyée sur ses 4 bords peuvent être également calculées analytiquement : le déplacement modal  $\hat{z}_{ij}$  perpendiculaire à la plaque, pour le mode (i, j), en fonction du point de coordonnées (x, y), est donné par :

$$\hat{z}_{ij} = \sin\left(\frac{i\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{j\pi y}{b}\right) \quad \text{Eq. 79}$$

$$i = 1, 2, 3, \dots; j = 1, 2, 3, \dots$$

Concernant les plaques rectangulaires orthotropes, le calcul des fréquences propres s'effectue en utilisant l'Eq. 80. Cette relation tient compte des rigidités flexionnelles différentes dans les directions principales de la plaque et peut varier selon les conditions aux limites et les dimensions de la plaque.

$$f_{ij} = \frac{\pi}{2\sqrt{\gamma}} \left[ \sqrt{\frac{G_1^4 D_x}{a^4} + \frac{G_2^4 D_y}{b^4} + \frac{2H_1 H_2 D_{xy}}{a^2 b^2} + \frac{4D_k (J_1 J_2 - H_1 H_2)}{a^2 b^2}} \right] \quad \text{Eq. 80}$$

$$i = 1, 2, 3, \dots; j = 1, 2, 3, \dots$$

Où :

- $D_x, D_y, D_k$  et  $D_{xy}$  sont la rigidité flexionnelle de la plaque.

$$D_x = \frac{E_x I_{xx}}{(1 - \nu_x \nu_y)}$$

$$D_y = \frac{E_y I_{yy}}{(1 - \nu_x \nu_y)}$$

$$D_k = \frac{(1 - \sqrt{\nu_x \nu_y})}{2} \sqrt{D_x D_y}$$

$$D_{xy} = \nu_y D_x + 2D_k$$

Les valeurs des différents paramètres non-dimensionnels utilisés dans cette relation sont présentées dans le tableau 23 en fonction des indices i et j, ainsi que des conditions d'appuis appliquées aux bords opposés de la plaque.

Conditions d'appui appliquées aux bords opposés	Indice du mode l ou j	G <sup>(1)</sup>	H <sup>(1)</sup>	J <sup>(1)</sup>
Libre-Libre	1	0	0.000	0.000
	2	0	0.000	1.216
	3	1.506	1.248	5.017
	$n > 3$	$n - 3/2$	$(n - \frac{3}{2}) \left[ 1 - \frac{2}{(n - \frac{3}{2})\pi} \right]$	$(n - \frac{3}{2})^2 \left[ 1 + \frac{6}{(n - \frac{3}{2})\pi} \right]$
Articulé-Libre	1	0	0	0.304
	2	1.25	1.165	2.756
	3	2.25	4.346	7.211
	$n > 1$	$n - 3/4$	$(n - \frac{3}{4})^2 \left[ 1 - \frac{1}{(n - \frac{3}{4})\pi} \right]$	$(n - \frac{3}{4})^2 \left[ 1 + \frac{3}{(n - \frac{3}{4})\pi} \right]$
Encastré-libre	1	0.597	-0.087	0.471
	2	1.494	1.347	3.284
	3	2.500	4.658	7.842
	$n > 2$	$n - 1/2$	$(n - \frac{1}{2})^2 \left[ 1 - \frac{2}{(n - \frac{1}{2})\pi} \right]$	$(n - \frac{1}{2})^2 \left[ 1 + \frac{2}{(n - \frac{1}{2})\pi} \right]$
Articulé-articulé	1	1.000	1	J = H
	2	2.000	4	
	3	3.000	9	
	$n$	$n$	$n^2$	
Encastré-Articulé	1	1.250	1.165	J = H
	2	2.250	4.346	
	3	3.250	9.528	
	$n$	$n + 1/4$	$(n + \frac{1}{4})^2 \left[ 1 - \frac{1}{(n + \frac{1}{4})\pi} \right]$	
Encastré-Encastré	1	1.506	1.248	J = H
	2	2.500	4.658	
	3	3.500	10.020	
	$n > 1$	$n + 1/2$	$(n + \frac{1}{2})^2 \left[ 1 - \frac{2}{(n + \frac{1}{2})\pi} \right]$	

<sup>(1)</sup> G = G<sub>1</sub>, H = H<sub>1</sub>, J = J<sub>1</sub>, et l'indice du mode = i quand les conditions d'appuis sont appliquées sur les bords de longueur b (largeur de la plaque). G = G<sub>2</sub>, H = H<sub>2</sub>, J = J<sub>2</sub>, et l'indice du mode = j quand les conditions d'appuis sont appliquées sur les bords de longueur a (longueur de la plaque).

Tableau 23 - Valeurs approximatives des paramètres non-dimensionnels pour le calcul des fréquences propres des plaques rectangulaires orthotropes.

### 2.4.4.2. Guide CCIP-016 (CCIP 016, 2006)

Le guide CCIP-016 présente les relations simplifiées suivantes pour le calcul des fréquences propres des poutres et plaques.

1- Cas des poutres sur des appuis simples avec une masse  $m$  uniformément répartie.

La fréquence propre du mode  $n^{\circ} j$  d'une poutre simplement appuyée est calculée par (voir figure 40) :

$$f_j = \frac{\omega_j}{2\pi} = \frac{j^2 \pi^2}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{EI}{mL^4}\right)} \quad \text{Eq. 81}$$

La masse modale associée au mode  $n^{\circ} j$  est obtenue par :

$$\hat{m}_j = \frac{mL}{2} \quad \text{Eq. 82}$$

La déformée modale de la poutre pour le mode  $n^{\circ} j$  en un point d'abscisse  $y$  est déterminée par :

$$\mu_j = \sin\left(\frac{j\pi y}{L}\right) \quad \text{Eq. 83}$$

où  $E$  est le module d'Young,  $I$  est le moment d'inertie de la section,  $L$  est la longueur,  $m$  est la masse par unité de longueur et  $y$  est la distance le long de la poutre.

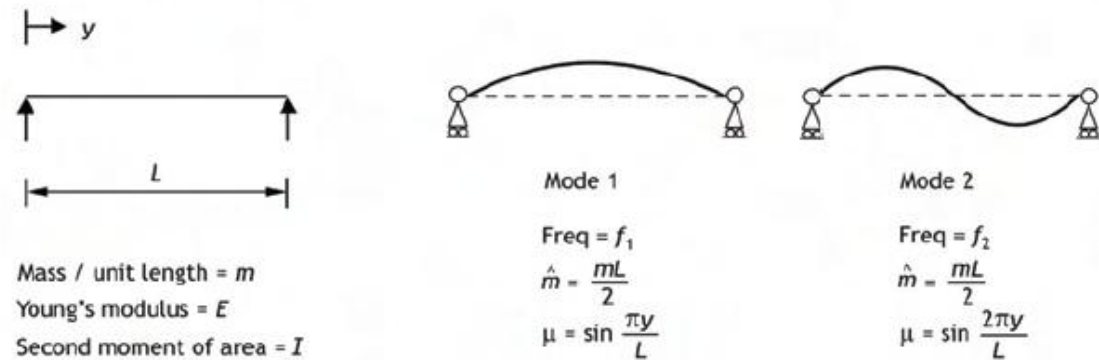


Figure 40 - Equations pour le calcul des propriétés modales d'une poutre uniforme sur des appuis simples (CCIP 016, 2006)

2- Cas des poutres avec des conditions d'appui autre que appuis simples, avec une masse  $m$  uniformément répartie.

La fréquence propre du mode  $n^{\circ} i$  est déterminée par la relation suivante :

$$f_i = \frac{K_i}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{EI}{mL^4}\right)} \quad \text{Eq. 84}$$

Les valeurs de  $K_i$  pour les différents modes et conditions d'appuis sont présentées dans le tableau 24 :

Conditions d'appuis	$K_1$	$K_2$	$K_3$
Encastré-Encastré	22.4	61.7	121
Encastré- articulé	15.4	50.0	104
Encastré - Libre	3.52	22.0	61.7

Tableau 24 - Valeurs de  $K_i$  pour les poutres uniformes avec des conditions d'appui autre que appuis simples (CCIP 016, 2006)

3- Cas des plaques rectangulaires, uniformes, isotropes ou orthotropes, simplement appuyées sur leurs quatre bords.

Pour un mode présentant  $j$  demi-ondes sinusoïdales dans la direction transversale (direction  $x$ ) et  $k$  demi-ondes sinusoïdales dans la portée (direction  $y$ ), la fréquence propre s'exprime sous la forme :

$$f_{j,k} = \frac{\pi}{2W^2} \left[ \sqrt{\frac{j^4 D_x + 2Hj^2 k^2 \left(\frac{W^2}{L^2}\right) + k^4 D_y \left(\frac{W^4}{L^4}\right)}{m}} \right] \quad \text{Eq. 85}$$

La masse modale associée à la fréquence  $f_{j,k}$  est obtenue par :

$$\hat{m}_{j,k} = \frac{mWL}{4} \quad \text{Eq. 86}$$

La déformée modale de la plaque en un point des coordonnées  $(x, y)$  est déterminée par :

$$\mu_{j,k} = \sin\left(\frac{j\pi x}{W}\right) \sin\left(\frac{k\pi y}{L}\right) \quad \text{Eq. 87}$$

Où :

- $W$  est la largeur de la plaque (axe  $x$ ) et  $L$  est la longueur de la plaque (axe  $y$ ) ;
- $D_x, D_y$  et  $H$  sont les rigidités flexionnelles de la plaque.

**Pour une dalle pleine d'épaisseur  $t$  :**

$$D_x = D_y = H = \frac{Et^3}{12(1 - \nu^2)}$$

**Pour une dalle nervurée avec des nervures, poutre ou poutrelles équidistantes (voir figure 41) :**

$$D_x = \frac{EI_x}{s_x}$$

$$D_y = \frac{EI_y}{s_y}$$

$$H = \frac{Et^3}{12(1 - \nu^2)} + \frac{C_y}{s_y} + \frac{C_x}{s_x}$$

où  $I_x$  et  $I_y$  sont les inerties dans les directions  $x$  et  $y$  respectivement, et  $s_x$  et  $s_y$  sont les espacements des nervures/poutre.  $C_x$  et  $C_y$  sont les rigidités torsionnelles de chaque nervure ou poutre dans les directions  $y$  et  $x$  respectivement. Pour les planchers nervurés en béton avec des nervures rectangulaires ( $d \times b$ ,  $d$  étant la dimension la plus grande), et un module de cisaillement  $G$  :

$$C = Gdb^3 \left[ \frac{1}{3} - 0.21 \frac{b}{d} \left( 1 - \frac{b^4}{12d^4} \right) \right]$$

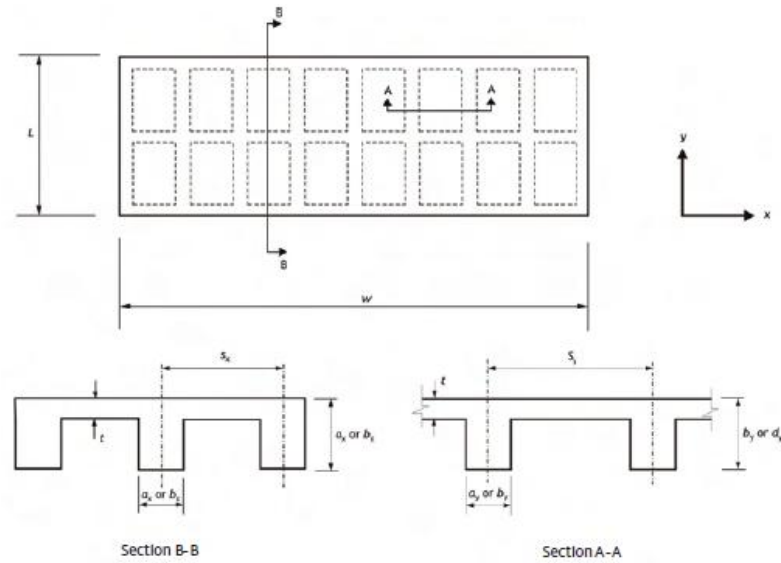


Figure 41 - Géométrie d'une dalle nervurée avec les notations

#### 2.4.4.3. Guide HIVOSS (HIVOSS, 2007) (Feldmann, et al., 2009) (Sedlacek, et al., 2006)

Pour le calcul de la fréquence propre du premier mode, plusieurs méthodes sont présentées le guide HIVOSS : la méthode directe avec des relations analytiques pour les plaques et les poutres, la méthode de Dunkerley et la méthode basée sur l'estimation de la flèche sous le poids propre.

Le Tableau 25 présente les relations et les valeurs des paramètres nécessaires pour le calcul de la fréquence propre fondamentale et la masse modale associée pour une plaque rectangulaire isotrope et uniforme (Feldmann, et al., 2009).

Conditions d'appui de la plaque	$\alpha$	$\beta$
Simply supported on 4 edges 	$\alpha = 1.57 \times (1 + \lambda^2)$	$\cong 0.25$
Fixed on 2 opposite edges and hinged on the other 2 edges 	$\alpha = 1.57 \times \sqrt{(1 + 2.5\lambda^2 + 2.14\lambda^4)}$	$\cong 0.20$
Fixed on 3 edges and hinged on the 4th edge 	$\alpha = 1.57 \times \sqrt{(5.14 + 2.92\lambda^2 + 2.44\lambda^4)}$	$\cong 0.28$

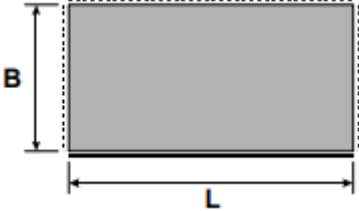
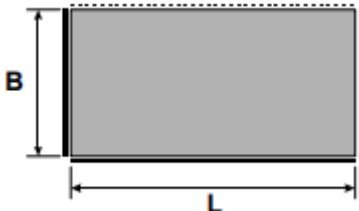
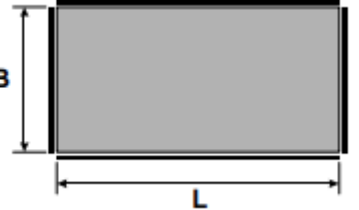
<p>Encastrée sur 1 bord et articulée les 3 bords restants</p> 	$\alpha = 1.57 \times \sqrt{(1 + 2.33\lambda^2 + 2.44\lambda^4)}$	$\cong 0.22$
<p>Encastrée sur 2 bords adjacents et articulés sur les 2 autres bords</p> 	$\alpha = 1.57 \times \sqrt{(2.44 + 2.72\lambda^2 + 2.44\lambda^4)}$	$\cong 0.21$
<p>Encastrée sur 4 bords</p> 	$\alpha = 1.57 \times \sqrt{(5.14 + 3.13\lambda^2 + 5.14\lambda^4)}$	$\cong 0.17$
<p>Fréquence propre fondamentale :</p> $f_1 = \frac{\alpha}{L^2} \sqrt{\left(\frac{Et^3}{12\mu(1-\nu^2)}\right)} \text{ [cycles/s]}$ <p>Masse modale associée :</p> $M_{mod} = \beta M_{tot} \text{ [kg]}$ <p><math>\mu</math> est la masse uniformément répartie du plancher, exprimée en Kg/m<sup>2</sup>;  <math>M_{tot}</math> est la masse totale du plancher = <math>BL\mu</math> ;  <math>\nu</math> est le coefficient de Poisson ;  <math>t</math> est l'épaisseur de la plaque, exprimée en m ;  <math>E</math> est le module dynamique, exprimé en N/m<sup>2</sup> ;  <math>\lambda = L/B</math>.</p>		

Tableau 25 - Coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  pour le calcul de la fréquence propre fondamentale et la masse modale associée pour une plaque rectangulaire isotrope et uniforme (Feldmann, et al., 2009)

Les relations proposées pour le cas des poutres uniformes d'une seule travée sont fournies dans le tableau 26.

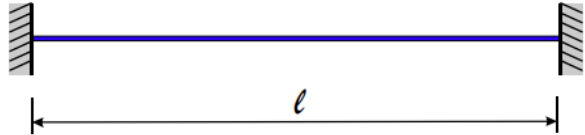
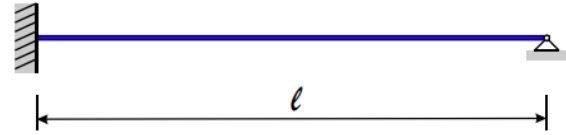
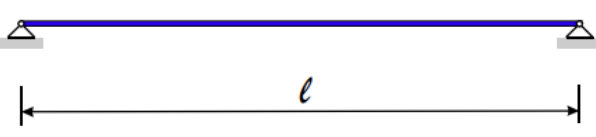
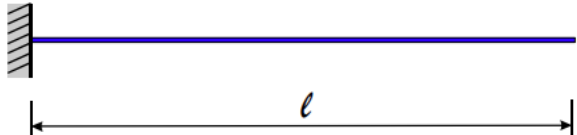
Conditions d'appuis	Fréquence propre fondamentale [cycles/s]	Masse modale [kg]
Bi-encartée 	$f_1 = \frac{4}{\pi} \sqrt{\left(\frac{3EI}{0.37\mu\ell^4}\right)}$	$M_{mod} = 0.41\mu\ell$
Encastrée-articulée 	$f_1 = \frac{2}{\pi} \sqrt{\left(\frac{3EI}{0.2\mu\ell^4}\right)}$	$M_{mod} = 0.45\mu\ell$
Biarticulée 	$f_1 = \frac{2}{\pi} \sqrt{\left(\frac{3EI}{0.49\mu\ell^4}\right)}$	$M_{mod} = 0.5\mu\ell$
Console 	$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{3EI}{0.24\mu\ell^4}\right)}$	$M_{mod} = 0.64\mu\ell$
$\mu$ est la masse de la poutre par unité de longueur, exprimée en kg/m. $E$ est le module dynamique, exprimé en N/m <sup>2</sup> .		

Tableau 26 - Relations pour le calcul de la fréquence propre et de la masse modale fondamentale des poutres (Feldmann, et al., 2009)

Pour le cas des planchers orthotropes, particulièrement, les planchers mixtes acier-béton (voir figure 42), la relation suivante est proposée pour le calcul de la fréquence propre fondamentale :

$$f_1 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{EI_y}{\mu l^4}} \sqrt{\left[1 + \left(2\left(\frac{b}{l}\right)^2 + \left(\frac{b}{l}\right)^4\right) \frac{EI_x}{EI_y}\right]} \quad \text{Eq. 88}$$

Où :

- $\mu$  est la masse par unité de surface en kg/m<sup>2</sup> ;
- $l$  est la portée du plancher en m (dans la direction x) ;
- $b$  est la largeur du plancher en m (dans la direction y) ;
- $E$  est le module d'Young dynamique en N/m<sup>2</sup> ;
- $I_x$  est le moment d'inertie autour de l'axe x en m<sup>4</sup> ;
- $I_y$  est le moment d'inertie autour de l'axe y en m<sup>4</sup>.

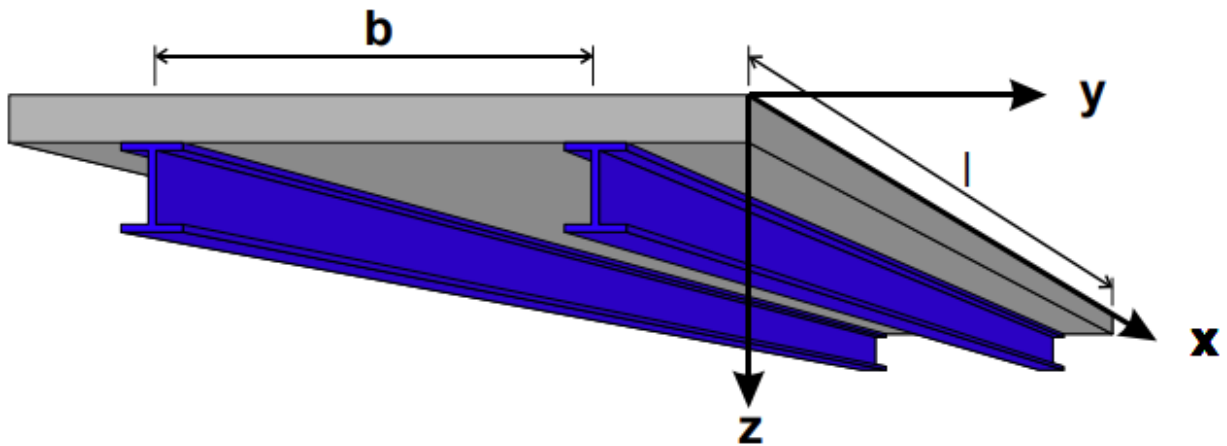


Figure 42 - Dimensions et orientation des axes pour le plancher orthotrope

L'approche traditionnelle de calcul de la fréquence propre fondamentale à partir de la valeur de la flèche maximale calculée par la méthode d'éléments finis est également présentée dans le guide HIVOSS.

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4g}{3\delta_{max}}} \cong \frac{18}{\sqrt{\delta_{max} [mm]}} \quad \text{Eq. 89}$$

Où :

- M est la masse totale du plancher en kg ;
- g est la gravité terrestre = 9.81 m/s<sup>2</sup> ;
- 3δ<sub>max</sub>/4 est la flèche moyenne ;
- $K = \frac{Mg}{3\delta_{max}/4}$  est la raideur du système à 1 DDL équivalent.

La dernière méthode exposée par ce guide est l'approche de Dunkerley. Il s'agit d'une méthode approximative adaptée aux cas de formes modales complexes et peut être envisagée comme une superposition des modes simples pour lesquels les fréquences propres peuvent être déterminées à l'aide de relations simples (par exemple les relations proposées pour les plaques isotropes et orthotropes). La figure 43 illustre le principe de superposition des modes de vibration retenu par cette approche.

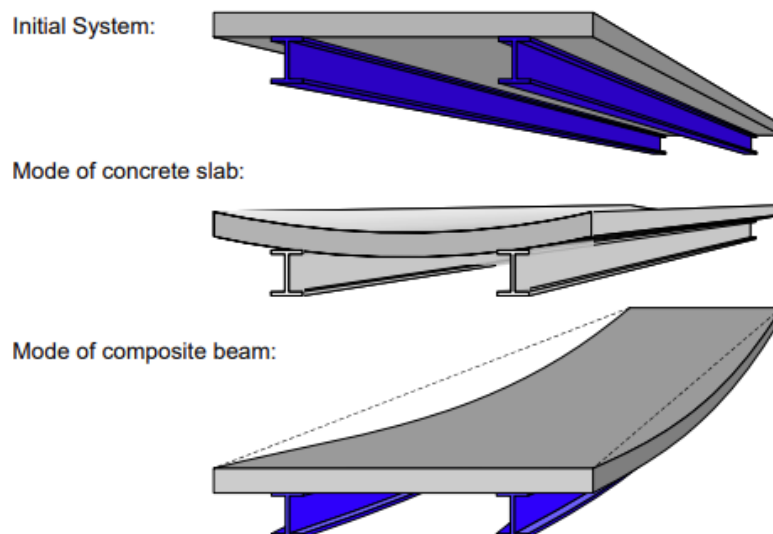


Figure 43 - Exemple de la décomposition des modes de vibration selon l'approche Dunkerley

La fréquence fondamentale du système global prenant en compte l'interaction entre les différents modes de vibration simples serait :

$$\frac{1}{f^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} + \dots \quad \text{Eq. 90}$$

Où :

- $f_1$  est la valeur de la fréquence propre du premier mode simple (par exemple pour le plancher mixte, c'est la fréquence propre du mode de flexion entre les deux profilés métalliques) ;
- $f_2$  est la valeur de la fréquence propre du deuxième mode simple (par exemple pour le plancher mixte, c'est la fréquence propre du mode de flexion des profilés métalliques).

#### 2.4.4.4. Guide AISC (AISC (American Institute of Steel Construction), 2016)

Le guide AISC, dans son chapitre 4, propose une approche analytique fondée sur la méthode de superposition des modes simples « Dunkerley » ainsi que sur l'estimation des flèches, pour estimer la fréquence propre fondamentale des planchers mixtes.

Pour ce calcul simplifié, le plancher est supposé être constitué d'une dalle de béton (ou d'une dalle de compression) reposant sur des poutres ou des solives en acier qui sont supportées par des murs, des poutres principales en acier entre les poteaux.

La fréquence fondamentale  $f_n$  du plancher est calculée par la relation suivante :

$$\frac{1}{f_n^2} = \frac{1}{f_j^2} + \frac{1}{f_g^2} \quad \text{Eq. 91}$$

Où :

- $f_g$  est la fréquence propre des poutres principales (« Girder ») ;
- $f_j$  est la fréquence propre des solives ou des poutres secondaires (« Joist »).

La valeur de la fréquence propre de l'élément poutre est calculée par l' Eq. 92 :

$$f_{j \text{ ou } g} = 0.18 \sqrt{\frac{g}{\Delta_{j \text{ ou } g}}} \quad \text{Eq. 92}$$

Où :

- $\Delta_{j \text{ ou } g}$  est la valeur de la flèche maximale à mi-travée.

Pour le cas des poutres simplement appuyées, ayant une rigidité flexionnelle constante égale à  $EI$ , la flèche maximale à mi-travée sous une charge uniformément répartie  $w$  sur la portée  $L$  de la poutre peut être trouvée par la relation suivante :

$$\Delta_{j \text{ ou } g} = \frac{5wL^4}{384EI}$$

Pour le mode fondamental combiné, si l'on suppose que la solive et la poutre principale sont simplement appuyées, la relation de Dunkerley peut être réécrite comme :

$$f_n = 0.18 \sqrt{\frac{g}{\Delta_j + \Delta_g}} \quad \text{Eq. 93}$$

Les bâtiments élevés peuvent présenter des fréquences de poteaux verticales suffisamment basses pour créer des problèmes de résonance sous l'action des activités rythmiques, notamment l'aérobic. Pour ces cas, l'équation suivante peut être utilisée pour prendre en compte l'effet du mode de vibration des poteaux :

$$f_n = 0.18 \sqrt{\frac{g}{\Delta_j + \Delta_g + \Delta_c}} \quad \text{Eq. 94}$$

Avec  $\Delta_c$  est la déformation axiale du poteau ou du mur sous l'effet des charges appliquées. La valeur du poids effectif du plancher nécessaire pour les vérifications des critères d'acceptabilité du guide AISC (c.f. section 2.3.10 de ce rapport) est calculé par la méthode suivante :

$$W = wBL \quad \text{Eq. 95}$$

Où :

- $w$  est la masse uniformément répartie du plancher ;
- $B$  est la largeur effective ;
- $L$  est la portée du plancher étudié.

Pour les poutres et les solives, la largeur effective  $B$  se calcule par :

$$B_j = C_j \left( \frac{D_s}{D_j} \right)^{1/4} L_j \leq \left( \frac{2}{3} \right) \times \text{Largeur du plancher} \quad \text{Eq. 96}$$

Où :

- $C_j = 2.0$  pour les solives ou poutres dans la plupart des zones (intérieures), = 1.0 pour les solives ou poutres parallèles à un bord libre (de rive) (bord de balcon, mezzanine ou bord du bâtiment si le revêtement n'est pas connecté) ;
- $D_j$  est le moment d'inertie de la solive par unité de largeur, calculée par  $I_j/S$  ;
- $L_j$  est la portée de la solive ;
- $S$  est l'entraxe entre les solives ;
- $D_s$  est le moment d'inertie transformée (homogénéisée par un coefficient de passage acier/béton) de la dalle de compression, calculée par  $D_s = d_e^2 / 12n$  ;
- $n$  est le coefficient d'équivalence acier-béton, calculé par  $n = E_{acier} / E_{dyn,béton}$  ;
- $d_e$  est l'épaisseur effective de la dalle de compression ;
- La largeur du plancher est la distance perpendiculaire à la portée des solives dans la travée considérée, sur laquelle le portique (taille, espacement, longueur de la poutre ou solive et de la poutre principale, etc.) est identique ou presque identique dans les travées adjacentes.

Pour les poutres principales, la largeur effective B se calcule par :

$$B_g = C_g \left( \frac{D_j}{D_g} \right)^{1/4} L_g \leq \left( \frac{2}{3} \right) \times \text{Longueur du plancher} \quad \text{Eq. 97}$$

Où :

- $C_g$  est un coefficient dépendant de l'assemblage entre les solives et les poutres principal :
  - = 1.6 si celui-ci est au niveau des semelles supérieures des poutres principales ;
  - = 1.8 si celui-ci est au niveau des âmes des poutres principales;
- $D_g$  est le moment d'inertie d'une poutre principale divisé par la portée moyenne des solives  $L_j$  ;
- $L_g$  est la portée de la poutre principale ;
- La longueur du plancher est la distance perpendiculaire à la portée des poutres principales dans la travée considérée, sur laquelle le portique (taille, espacement, longueur de la poutre ou solive et de la poutre principale, etc.) est identique ou presque identique dans les travées adjacentes.

Si les poutres, solives ou poutres principales sont continues et que la longueur d'une travée adjacente excède 70% de celle de la travée considérée, il est possible d'augmenter de 50% le poids effectif, désigné par  $W_j$  ou  $W_g$ .

Pour le mode combiné, le poids effectif se calcul par la relation suivante :

$$W = \frac{\Delta_j}{\Delta_j + \Delta_g} W_j + \frac{\Delta_g}{\Delta_j + \Delta_g} W_g \quad \text{Eq. 98}$$

si  $0.5 \leq L_g/B_j \leq 1$ , une correction est affectée à  $\Delta_g$  comme suit :

$$\Delta'_g = \frac{L_g}{B_j} \Delta_g \quad \text{Eq. 99}$$

Finalement, si la portée de la poutre ou de la solive est inférieure à la moitié de celle de la poutre principale, il convient de vérifier séparément le mode de vibration de la solive et le mode combiné (chacun avec sa fréquence propre et son poids effectif).

#### 2.4.4.5. Guide SCI P354 (SCI Publication P354, 2009)

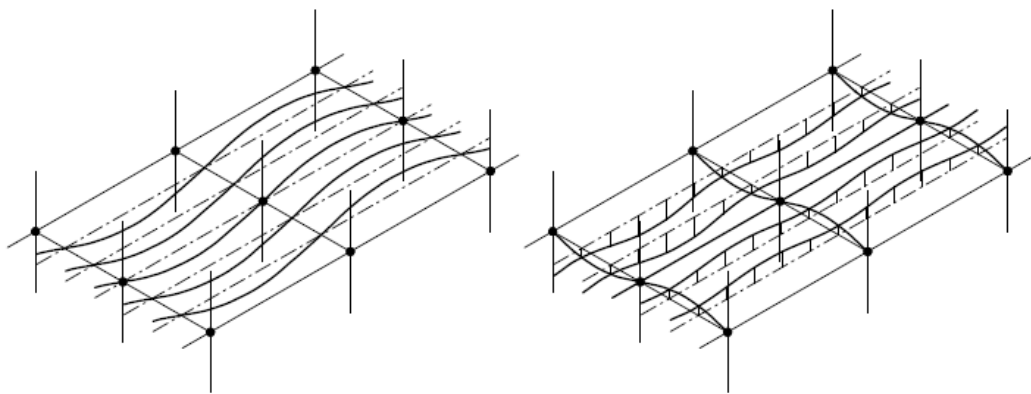
Le guide SCI P354 fournit des relations simplifiées pour calculer la fréquence fondamentale des planchers mixtes acier-béton. Cette méthode s'aligne sur celle décrite dans le guide AISC (AISC (American Institute of Steel Construction), 2016), se fondant sur le calcul des fréquences propres des poutres secondaires (solives) et des poutres principales à l'aide de l'Eq. 100.

$$f_1 = 18 \sqrt{\frac{1}{\delta [mm]}} \quad \text{Eq. 100}$$

Le calcul des flèches verticales des poutres secondaires et principales, dans les cas où toutes les travées sont approximativement de dimensions similaires, est réalisé en utilisant les formules présentées dans le tableau 27. Les hypothèses considérées dans le guide SCI P354 pour le calcul des flèches sont les suivantes :

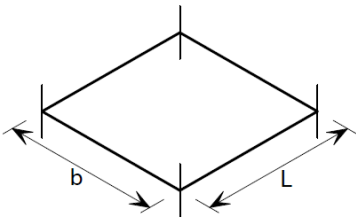
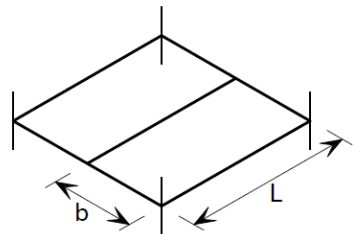
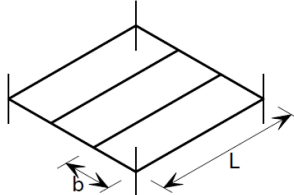
- 1- Pour le calcul de la flèche des poutres secondaires, elles sont considérées simplement appuyées sur les poutres principales et la dalle béton est considérée continue sur les poutres secondaires ;
- 2- Pour le calcul de la flèche des poutres primaires, elles sont considérées simplement appuyées sur les poteaux et la dalle béton et les poutres secondaires sont considérées comme encastrées.

La figure 44 illustre les déformées typiques de ce type de planchers.



(a) governed by secondary beam flexibility (b) governed by primary beam flexibility

Figure 44 - Déformées modales typiques des systèmes de planchers composites acier-béton

Configuration	Flèche de la poutre secondaire $\delta_b$	Flèche de la poutre principale $\delta_p$
	$\delta_b = \frac{mgb}{384E} \left( \frac{5L^4}{I_b} + \frac{b^3}{I_s} \right)$	-
	$\delta_b = \frac{mgb}{384E} \left( \frac{5L^4}{I_b} + \frac{b^3}{I_s} \right)$	$\delta_p = \frac{mgb}{384E} \left( \frac{64b^3L}{I_p} + \frac{L^4}{I_b} + \frac{b^3}{I_s} \right)$
	$\delta_b = \frac{mgb}{384E} \left( \frac{5L^4}{I_b} + \frac{b^3}{I_s} \right)$	$\delta_p = \frac{mgb}{384E} \left( \frac{368b^3L}{I_p} + \frac{L^4}{I_b} + \frac{b^3}{I_s} \right)$

*m* est la masse uniformément répartie du plancher, exprimée en kg/m<sup>2</sup> ;  
*g* est la gravité terrestre, = 9.81 m/s<sup>2</sup> ;  
*I<sub>p</sub>* est le moment d'inertie de la poutre principale mixte avec une largeur efficace égale au minimum entre L/4 et l'espacement réel entre les poutres principales ;  
*I<sub>s</sub>* est le moment d'inertie de la dalle béton homogénéisé avec  $n = \frac{E_{acier}}{E_{dyn,béton}}$  (par mètre linéaire) ;  
*I<sub>b</sub>* est le moment d'inertie de la poutre secondaire mixte avec une largeur efficace égale au minimum entre L/4 et b ;  
*E* est le module d'Young de l'acier.

Tableau 27 - Relations pour le calcul de la flèche des poutres principales et secondaires- guide SCI P354 (SCI Publication P354, 2009)

Si les poutres, solives ou poutres principales sont continues et que les longueurs des travées adjacentes varient ou si les moments d'inertie des poutres sont significativement différents d'une travée à l'autre, il est possible de tenir compte de l'effet bénéfique de la rigidification apportée par la travée plus courte en remplaçant la valeur de  $\delta$  par  $\bar{\delta}$ , calculée par les relations suivantes.

Cas de deux travées continues :

$$\bar{\delta} = \left( \frac{0.4 + \frac{I_M L_S}{I_S L_M} \left( 1 + 0.6 \frac{L_S^2}{L_M^2} \right)}{1 + \frac{I_M L_S}{I_S L_M}} \right) \delta_M$$

Eq. 101

Cas de trois travées continues :

$$\bar{\delta} = \left( \frac{0.4 + 2 \frac{I_M L_S}{I_S L_M} \left( 1 + 1.2 \frac{L_S^2}{L_M^2} \right)}{3 + 2 \frac{I_M L_S}{I_S L_M}} \right) \delta_M$$

Où :

- $\delta_M$  est la valeur de la flèche à mi-portée de la travée étudié (la plus longue) ;
- $I_M$  est le moment d'inertie de la travée centrale (la plus longue) ;
- $L_M$  est la portée de la travée centrale (la plus longue) ;
- $I_S$  est le moment d'inertie de la travée la plus courte ;
- $L_S$  est la portée de la travée la plus courte.

La masse modale M du plancher est calculée par l'Eq. 102 :

$$M = m S L_{eff}$$

Eq. 102

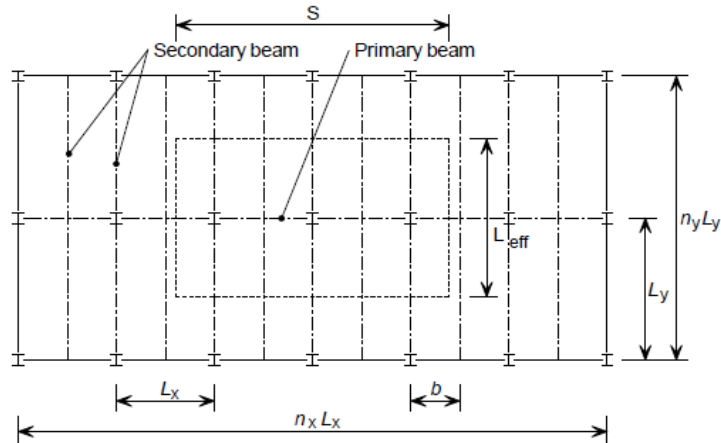
Où :

- $L_{eff}$  est la longueur effective du plancher ;
- $S$  est la largeur effective du plancher.

Les longueurs et largeurs effectives dépendent de la configuration de la dalle et de la poutre, ainsi que du type du plancher, qu'il soit ordinaire (usage de la 1ère méthode simplifiée) ou léger (usage de la 2ème méthode simplifiée).

Les relations nécessaires pour le calcul de  $L_{eff}$  et  $S$  sont données dans le tableau 28.

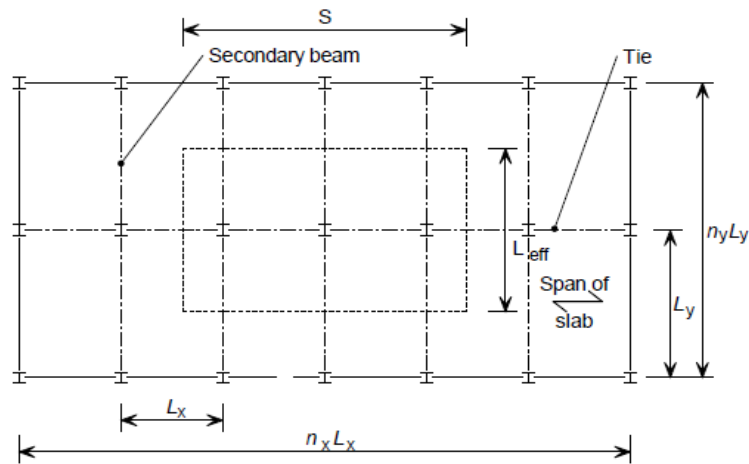
Masse modale pour les planchers mixtes avec une dalle collaborante de faible épaisseur surmontant les poutres (la dalle est coulée sur les semelles supérieures des poutres)



$$L_{eff} = 1.09(1.10)^{n_y-1} \left( \frac{EI_b}{mbf_0^2} \right)^{0.25} \leq n_y L_y$$

$$S = \eta(1.15)^{n_x-1} \left( \frac{EI_s}{mf_0^2} \right)^{0.25} \leq n_x L_x$$

Masse modale des planchers avec une dalle collaborante entre les semelles des poutres (la dalle est placée sur les semelles inférieures des poutres)



$$L_{eff} = 1.09 \left( \frac{EI_b}{mL_x f_0^2} \right)^{0.25} \leq n_y L_y$$

$$S = 2.25 \left( \frac{EI_s}{mf_0^2} \right)^{0.25} \leq n_x L_x$$

$n_y$  est le nombre de travées (avec  $n_y \leq 4$ ) dans la direction de portée des poutres secondaires ;

$n_x$  est le nombre de travées (avec  $n_x \leq 4$ ) dans la direction de portée des poutres principales ;

$EI_b$  est la rigidité flexionnelle dynamique de la section composite des poutres secondaires ; exprimée en  $Nm^2$  ;

$EI_s$  est la rigidité flexionnelle dynamique de la dalle collaborante, exprimée en  $Nm^2$ .

$m$  est la masse du plancher, exprimée en  $kg/m^2$  ;

$b$  est l'espacement des poutres secondaires, exprimé en m ;

$f_0$  est la fréquence fondamentale ;

$L_y$  est la portée des poutres secondaires, exprimée en m ;  
 $L_x$  est la portée des poutres principales, exprimée en m ;  
 $\eta$  un coefficient prenant en compte l'influence de la fréquence propre sur la réponse de la dalle collaborante.

$$\eta = \begin{cases} 0.5 & \text{si } f_0 < 5 \text{ Hz} \\ 0.21f_0 - 0.55 & \text{si } 5\text{Hz} \leq f_0 \leq 6 \text{ Hz} \\ 0.71 & \text{si } f_0 > 6 \text{ Hz} \end{cases}$$

Tableau 28 - Relations pour le calcul de  $L_{eff}$  et  $S$  selon le guide SCI P354 (SCI Publication P354, 2009)

2.4.4.6. **Ouvrage de Fanella et Mota,2014 (Fanella & Mota, 2014)**

Cet ouvrage présente des méthodes pour le calcul de la fréquence propre fondamentale des planchers en béton armé. Les différentes relations proposées sont résumées ci-après.

- 1) Dalles unidirectionnelles : planchers à poutrelles en béton avec un entraxe entre les faces des poutrelles entre 134 cm et 166 cm (voir figure 45 « Wide-module joist system »).

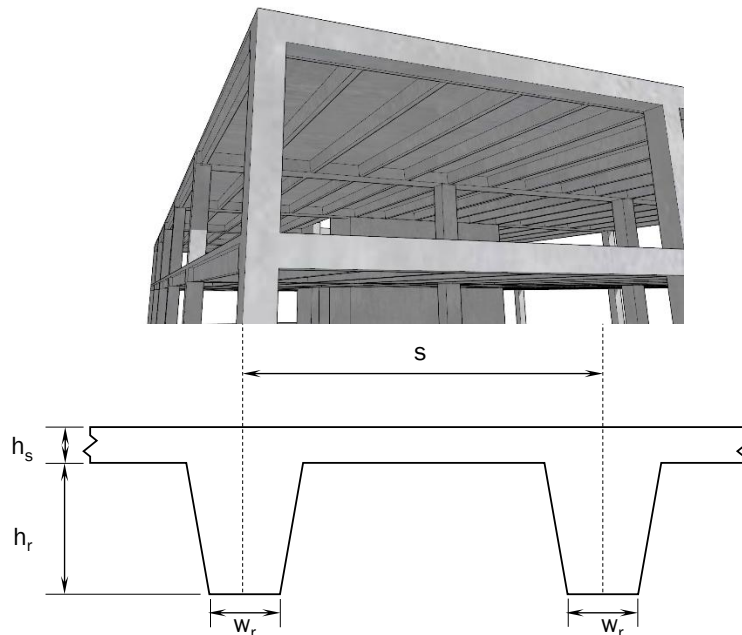


Figure 45 - Plancher à poutrelles

La fréquence propre du système chargé uniformément peut être calculée par la relation suivante :

$$f_n = 0.18 \sqrt{\frac{g}{\Delta_j + \Delta_g}} \tag{Eq. 103}$$

Où :

- $\Delta_j$  est la flèche instantanée à mi-travée des poutrelles/poutres ;

$$\Delta_j = \frac{5KM_a L_{jn}^2}{48E_c I_{ej}}$$

- $K$  est un coefficient pour tenir compte des conditions d'appuis de la travée considérée ;

$$K = 1.2 - 0.2 \left( \frac{M_0}{M_a} \right)$$

- $M_a$  est le moment sollicitant à mi-travée due à la charge uniforme appliquée  $w_j$  ;
- $M_0$  est le moment isostatique =  $w_j L_{jn}^2 / 8$  ;
- $L_{jn}$  est la distance entre les nus des appuis des poutrelles (= distance entre les faces intérieures des poutres principales) ;
- $E_c$  est le module dynamique du béton ;
- $I_{ej}$  est l'inertie effective de la poutrelle/poutre à mi-travée (voir § 2.4.2 Eq. 74 et Eq. 75 de ce rapport) ;

- $\Delta_g$  est la flèche instantanée à mi-travée des poutres principales ;

$$\Delta_g = \left( \frac{5 + \frac{1.2k_c}{k_g}}{5 + \frac{6k_c}{k_g}} \right) \frac{5w_g L_{gn}^4}{384E_c I_{eg}}$$

- $w_g$  est la charge appliquée sur la poutre principale ;
- $L_{gn}$  est la distance entre les nus des appuis des poutres principales ;
- $k_g$  est la raideur de la poutre principale ;

$$k_g = I_{eg} / L_g$$

- $L_g$  est la longueur des poutres principales ;
- $I_{eg}$  est l'inertie effective de la poutre principale à mi-travée (voir § 2.4.2 Eq. 74 et Eq. 75 de ce rapport) ; si, les poutres principales sont continues sur les poteaux, la valeur efficace moyenne de l'inertie peut être utilisée (voir § 2.4.2 de ce rapport) ;
- $k_c$  est la raideur du poteau au-dessus ou au-dessous du niveau du plancher considéré ;
- $k_c = I_c / L_c$  ;
- $I_c$  est le moment d'inertie du poteau dans la direction d'analyse ;
- $L_c$  est la longueur du poteau au-dessus ou au-dessous du niveau du plancher considéré.

Concernant la prise en compte de l'effet favorable des travées courtes, de la déformation axiale des poteaux, et le calcul du poids effectif, les relations présentées dans le guide AISC s'appliquent pour ce cas de planchers en béton (voir §2.4.4.4).

- 2) Dalles bidirectionnelles : pour les dalles solides pleines et les dalles gaufrées avec des poteaux dans les coins.

Pour ces deux types de dalle, la relation de calcul de la fréquence propre des plaques isotropes est recommandée.

$$f_i = \frac{k_2 \lambda_i^2}{2\pi \ell_1^2} \sqrt{\left( \frac{k_1 E_c h^3}{12\gamma(1-\nu^2)} \right)} \quad \text{Eq. 104}$$

Où :

- $h$  est l'épaisseur de la dalle gaufree ou de la dalle pleine ;
- $\gamma$  est la masse du plancher uniformément repartie ;
- $k_2$  est un coefficient prenant en compte l'influence de la largeur des poteaux  $c_1$  ;

$$k_2 = \begin{cases} 1.9 & \text{pour } c_1 \leq 60 \text{ cm} \\ 2.1 & \text{pour } c_1 > 60 \text{ cm} \end{cases}$$

- $k_1$  est un coefficient prenant en compte le degré de fissuration de la dalle ;

$$k_1 = \frac{I_e}{I_g}$$

- $I_e$  est l'inertie efficace de la section ;
- $I_g$  est l'inertie de la section brute non fissurée ;

$$\lambda_i^2 = \begin{cases} 7.12 & \text{si } \ell_1/\ell_2 = 1.0 \\ 8.92 & \text{si } \ell_1/\ell_2 = 1.5 \\ 9.29 & \text{si } \ell_1/\ell_2 = 2.0 \end{cases}$$

- $\ell_1$  et  $\ell_2$  sont les dimensions de la travée considérée avec  $\ell_1 > \ell_2$  ;
- $\nu$  est le coefficient de Poisson du béton.

Pour les dalles nervurées dans les deux sens, l'équation proposée pour les plaques isotropes appuyées simplement sur leurs quatre bords peut être utilisée pour calculer la fréquence propre (voir §2.4.4.1). Pour le calcul de l'inertie de la plaque isotrope, il faut utiliser l'épaisseur équivalente  $h_e$  calculée par la relation suivante :

$$h_e = \left( \frac{12I_g}{s} \right)^{1/3} \quad \text{Eq. 105}$$

## 2.5. Exemples de calcul

### 2.5.1. Réponse dynamique d'une poutre soumise à l'action de la marche d'une personne

Cet exemple présente une méthode simplifiée pour l'évaluation du confort vibratoire des occupants de la structure. Il présente une approche théorique pour étudier la réponse dynamique vibratoire d'une poutre soumise à un chargement dynamique concentré représentant la marche d'une personne (charge dynamique mobile).

Les différentes relations utilisées pour l'évaluation de la réponse dynamique sont issues de l'ouvrage de Ladislav Fryba, 1999 « Vibration of solids and Structures under Moving Loads » (FRYBA, 1999).

Considérons une poutre, avec des appuis simples par hypothèse, ayant une longueur axe-axe de  $L = 9$  m et une section comme illustrée dans la Figure 46.

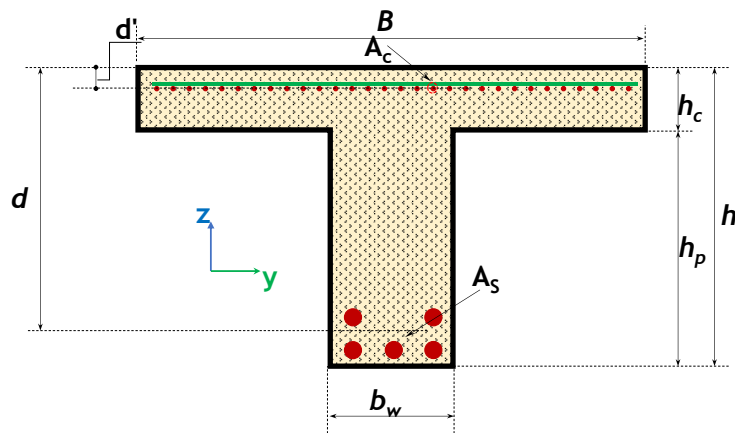


Figure 46 - Section transversale de la poutre étudiée

Les données suivantes sont considérées pour le calcul :

Béton	Classe du béton : C40/50 Module d'élasticité moyen : $E_{cm} = 35\ 000$ N/mm <sup>2</sup> Résistance caractéristique en compression du béton : $f_{ck} = 40$ N/mm <sup>2</sup> Résistance moyenne en traction du béton : $f_{ctm} = 3.5$ N/mm <sup>2</sup> Masse volumique du béton : $\rho_c = 2350$ kg/m <sup>3</sup> Amplification dynamique du module d'élasticité : $\psi_{dyn} = 1.1$
Acier	Limite d'élasticité de l'acier BA : $f_{yk} = 500$ N/mm <sup>2</sup> Module d'élasticité de l'acier BA : $E_s = 200\ 000$ N/mm <sup>2</sup>
Coefficient d'équivalence acier-béton	$n = \frac{E_s}{\psi_{dyn} E_{cm}} = 5.2$
Dimensions de la section	Epaisseur de la dalle de compression : $h_s = 15$ cm Epaisseur de la nervure : $h_p = 60$ cm Largeur de la nervure : $b_w = 20$ cm Largeur de la table de compression : $B = 150$ cm
Charges	Poids propre de la poutre : aire de la section x masse volumique du béton Charge permanente uniformément répartie : $g = 100$ kg/m <sup>2</sup> ; Charge d'exploitation caractéristique UDL : $q = 500$ kg/m <sup>2</sup> ; Charge d'exploitation considérée pour l'analyse vibratoire : $q_v = 50$ kg/m <sup>2</sup>
Ferraillage	$A_s = 8.47$ cm <sup>2</sup> , $d = 67.5$ cm $A_c = 0.0$ cm <sup>2</sup>
Taux d'amortissement modale	$\xi = 2\%$

Pour l'étude de la réponse dynamique de la poutre, nous adoptons les hypothèses suivantes :

- 1- La dynamique de la poutre est caractérisée par l'équation différentielle de Bernoulli-Euler, établie en supposant que la théorie des petites déformations, la loi de Hooke, l'hypothèse de Navier et le principe de Saint-Venant sont applicables ;
- 2- La poutre possède une section transversale constante et une masse linéique constante ;
- 3- La masse de la charge mobile est faible par rapport à la masse de la poutre : cela signifie que nous ne considérerons que les effets gravitationnels de la charge ;
- 4- La charge se déplace à vitesse constante ;
- 5- L'amortissement de la poutre est proportionnel à la vitesse de vibration ;
- 6- Lorsque la force arrive, la poutre est en état de repos, c'est-à-dire qu'elle ne présente ni déformation ni vitesse.

La poutre est soumise à l'action de la marche d'une seule personne. Nous considérons les valeurs suivantes pour représenter l'action de marche d'une personne sous la forme d'une série de Fourier de 4 harmoniques :

$$F(t) = Q \left[ 1 + \sum_{i=1}^N \alpha_i \sin(2\pi i f_p t - \phi_i) \right]$$

- Poids de la personne :  $Q = 750 \text{ N}$  ;
- Fréquence de marche  $f_p = 2.0 \text{ cycles/s}$  ;
- Déphasage des harmoniques  $\phi_i = 0$  ;
- Vitesse de marche  $v_p = 1.0 \text{ m/s}$  (chaque pas faisant 0.5 m) ;
- T : Temps d'observation = durée de mouvement = temps nécessaire pour traverser la portée =  $L/v_p = 9.0 \text{ s}$  ;
- Nombre des harmoniques  $N = 4$  ;
- Coefficients dynamiques :  $\alpha_1 = 0.5$  ;  $\alpha_2 = 0.2$  ;  $\alpha_3 = 0.1$  ;  $\alpha_4 = 0.05$  (guide AISC (AISC (American Institute of Steel Construction), 2016)).

La figure 47 montre la représentation graphique de la charge dynamique de marche considérée.

Charge de marche ayant une fréquence  $f_p = 2$  cycles/s pour 4 harmoniques

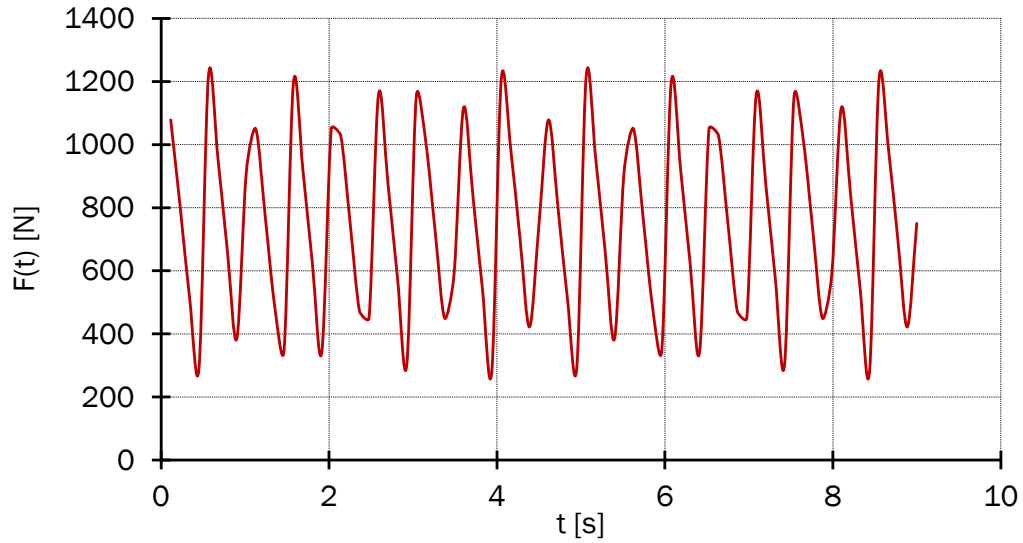


Figure 47 - Charge de marche d'une personne de poids de 750 N et de vitesse  $v_p = 1.0$  m/s

2.5.1.1. Détermination des moments d'inertie

La méthode et le principe de calcul des inerties fissurées et non fissurées de la section en T est présentée sur la figure 48.

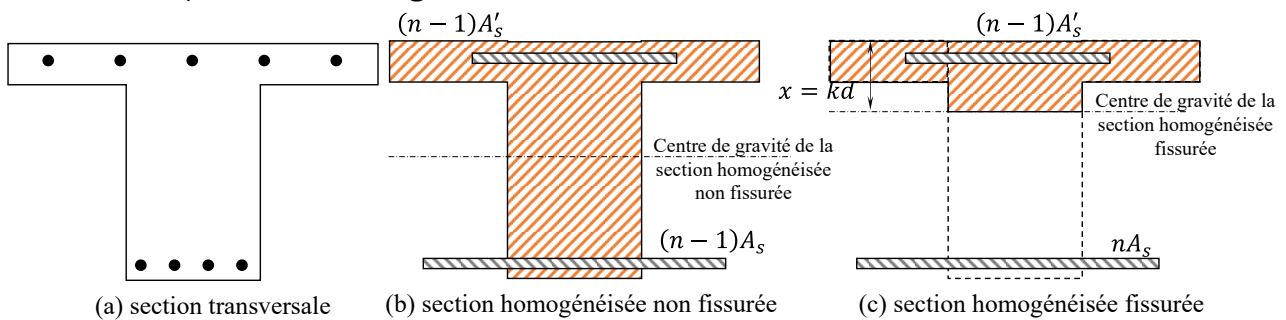


Figure 48 - Section transformée homogénéisée de la poutre en T (a) section initiale, (b) section homogénéisée non fissurée, (c) section homogénéisée fissurée

**Position du centre de gravité de la section non fissurée**

Partie	A [cm <sup>2</sup> ]	y <sub>top</sub> [cm]	Ay <sub>top</sub> [cm <sup>3</sup> ]
	15×150 = 2250	7.5	16875
Béton	60×20 = 1200	45	54000
Acier supérieur	0	0	0
Acier inférieur	35.6	67.5	2403
	$\sum A_i = 3485.6$		$\sum A_i y_{top,i} = 73278$

$$\bar{y}_{top} = \frac{\sum A_i y_{top,i}}{\sum A_i} = 21.03 \text{ cm}$$

**Inertie de la section homogénéisée non fissurée I<sub>gt</sub>**

Partie	A [cm <sup>2</sup> ]	$\bar{y} = \bar{y}_{top} - y_{top}$ [cm]	I <sub>axe propre</sub> [cm <sup>4</sup> ]	A $\bar{y}^2$ [cm <sup>4</sup> ]
	2250	13.53	150×15 <sup>3</sup> /12=42187.5	411887.02
Béton	1200	-23.97	20×60 <sup>3</sup> /12=360000	689473.08
Acier supérieur	0	0	-	0
Acier inférieur	35.6	46.47	-	76876.81

$$I_{gt} = I_{axe propre} + \sum A\bar{y}^2 = 1580424.41 \text{ cm}^4$$

Pour le calcul du moment d'inertie de la section fissurée :

**Axe neutre dans la table de compression :**

Partie	$A [cm^2]$	$y_{Gi} = \bar{y}_{top} - y_{top} [cm]$	$Ay_{Gi} [cm^3]$
Béton	$x \times 150 = 150x$	$x/2$	$75x^2$
Acier supérieur	0	0	0
Acier inférieur	44.044	$x - 67.5$	$44.044x - 2972.97$
	$\sum A_i = 44.044 + 150x$	$\sum A_i y_{top,i} = -2972.97 + 44.044x + 75x^2$	

$$\sum A_i y_{Gi} = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 6.009 \text{ cm (solution acceptable)} \\ x_2 = -6.596 \text{ cm} \end{cases}$$

Alors, l'axe neutre est bien dans la table de compression, l'inertie fissurée de la section est donc :

$$I_{cr} = \frac{Bx_1^3}{3} + nA_s(d - x_1)^2 = 177385.3388 \text{ cm}^4$$

### 2.5.1.2. Degré de fissuration de la poutre

Le moment critique de fissuration de la poutre étudiée est calculé selon les règles de la norme NF EN 1992-1-1 (NF EN 1992-1-1, Octobre 2005) (NF EN 1992-1-1/NA, MARS 2016) par la relation suivante :

$$M_{cr} = \frac{I_{gt}}{\vartheta_i} f_{ctm,fl}$$

avec :

- $f_{ctm,fl}$  est la résistance moyenne à la traction en flexion du béton, calculée selon §3.1.8(1) de NF EN 1992-1-1 (NF EN 1992-1-1, Octobre 2005) :

$$f_{ctm,fl} = \max \left[ 1.6 - \frac{h[mm]}{1000}; 1 \right] f_{ctm} = f_{ctm} = 3.5 \text{ N/mm}^2$$

- $\vartheta_i$  est la distance entre le centre de gravité de la section non fissurée et la fibre inférieure tendue ;

$$\begin{aligned} \vartheta_i &= h - \bar{y}_{top} = 75 - 21.03 = 53.97 \text{ cm} \\ M_{cr} &= \frac{1580424.41 \text{ cm}^4}{53.97 \text{ cm}} \times 3.5 \text{ N/mm}^2 = 102.49 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

La valeur maximale du moment sollicitant à mi-travée de la poutre est calculée sous la combinaison caractéristique :

- Combinaison des charges ELS caractéristique :  $p_{ELS} = pp + (g + q) \times B = 8.1075 \text{ kN/m} + (1 + 5) \times 1.5 \text{ kN/m} = 17.1075 \text{ kN/m}$
- Moment maximal positif à mi travée :  $M_{max} = p_{ELS} \times L^2 / 8 = 173.22 \text{ kN.m}$

$\rightarrow M_{max} > M_{cr}$  , la section est donc fissurée.

Calcul de l'inertie efficace selon les règles de la norme NF EN 1992-1-1 (NF EN 1992-1-1, Octobre 2005) :

$$I_e = (1 - \zeta) \times I_{gt} + \zeta \times I_{cr} = \beta \left( \frac{M_{cr}}{M_{max}} \right)^2 \times I_{gt} + \left( 1 - \beta \left( \frac{M_{cr}}{M_{max}} \right)^2 \right) \times I_{cr}$$

$$= \beta \left( \frac{M_{cr}}{M_{max}} \right)^2 \times (I_{gt} - I_{cr}) + I_{cr}$$

Où  $\beta$  est un coefficient prenant en compte l'influence de la durée du chargement ou de la répétition du chargement sur la déformation unitaire moyenne. Pour un chargement de courte durée (cas des charges d'exploitation),  $\beta = 1$ .

L'inertie effective de la section à mi-travée est donc égale à :

$$I_e = 1 \left( \frac{102.49 \text{ kN.m}}{173.22 \text{ kN.m}} \right)^2 \times (1580424.41 \text{ cm}^4 - 177385.3388 \text{ cm}^4) + 177385.3388 \text{ cm}^4$$

$$= 668560.8242 \text{ cm}^4$$

Le degré de fissuration de la poutre est donc :

$$\kappa = \frac{I_e}{I_{gt}} = \frac{668560.8242 \text{ cm}^4}{1580424.41 \text{ cm}^4} = 0.423$$

### 2.5.1.3. Calcul de la fréquence propre fondamentale de la poutre par la méthode énergétique de Rayleigh

En considérant que les forces d'inertie agissant sur la poutre pendant son mouvement sont les actions dues à la masse  $m$  uniformément répartie, on peut prendre une déformée sinusoïdale comme forme approchée de la déformée statique de la poutre sous l'action de la masse  $m$  (figure 49):

$$y = y_0 \sin(ax)$$

Les conditions des limites appliquées sur la poutre nous permettent d'identifier la valeur de  $a$  :

$$\begin{cases} y = 0 \\ \frac{d^2y}{dx^2} = 0 \end{cases} \text{ pour } x = 0 \Rightarrow a = \frac{\pi}{\ell}$$

- $\ell$  est la distance entre les appuis ;
- $y_0$  représente la flèche maximale de la poutre à mi-travée.

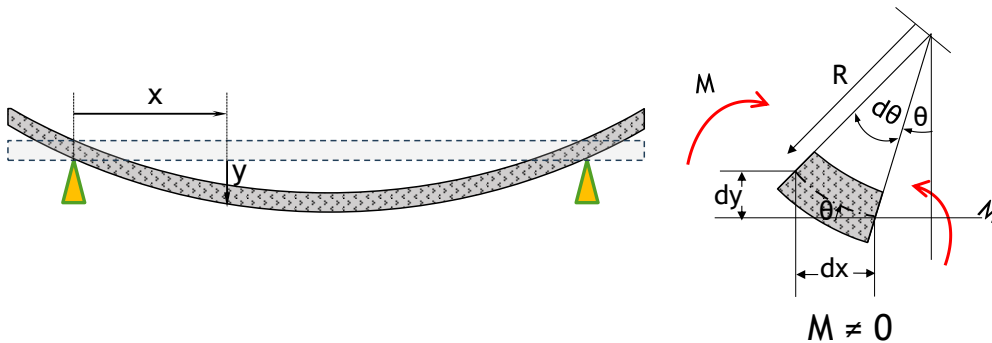


Figure 49 - Poutre de Bernouilli isostatique homogène soumise à une masse uniforme  $m$

La vibration d'un système conservatif étant un échange d'énergie permanent entre énergie cinétique et énergie de déformation (énergie potentielle), on a la propriété suivante :

$$\frac{d(T + V)}{dt} = 0$$

Energie potentielle maximale ( $V_{max}$ ) = Energie cinétique maximale ( $T_{max}$ )

Où :

- $V$  est l'énergie potentielle de la poutre calculée par la relation suivante :

$$V_{max} = \frac{1}{2} \int M d\theta = \frac{1}{2} \int \frac{M}{R} dx = \frac{1}{2} \int EI \left( \frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 dx$$

$$V_{max} = \frac{1}{2} EI \int_0^\ell y_0^2 \left( \frac{\pi}{\ell} \right)^4 \left( \sin \left( \frac{\pi}{\ell} x \right) \right)^2 dx = \frac{1}{2} EI y_0^2 \left( \frac{\pi}{\ell} \right)^4 \left[ \frac{\pi}{\ell} x - \frac{\sin \left( \frac{2\pi}{\ell} x \right)}{2} \right]_{x=0}^{x=\ell}$$

$$= \frac{\ell}{2} \left( \frac{EI}{2} y_0^2 \left( \frac{\pi}{\ell} \right)^4 \right)$$

- $\frac{M}{R}$  est l'énergie de déformation locale de la poutre ;
- $M$  est le moment fléchissant ;
- $R$  est le rayon de courbure avec  $\frac{1}{R} = \frac{d\theta}{dx} = \frac{d^2 y}{dx^2}$  ;
- $T$  est l'énergie cinétique de la poutre. Elle s'écrit :

$$T_{max} = \frac{1}{2} \int \dot{y}_{max}^2 dm = \frac{1}{2} m \int_0^\ell \omega^2 y_0^2 \left( \sin \left( \frac{\pi}{\ell} x \right) \right)^2 dx = \frac{\ell}{4} m \omega^2 y_0^2$$

Note : la vitesse de vibration est de la même forme que la déformée :  $\dot{y} = \dot{y}_0 \sin(ax)$  avec  $\dot{y}_0 = \omega_b y_0$ .

- $M_{tot}$  est la masse totale de la poutre ;
- $m$  est la masse unitaire =  $M_{tot}/\ell$  ;
- $\omega_b$  est la pulsation propre de la poutre ;

$$T_{max} = V_{max} \Rightarrow \omega^2 = \frac{\frac{\ell}{2} \left( \frac{EI}{2} y_0^2 \left( \frac{\pi}{\ell} \right)^4 \right)}{\frac{\ell}{4} m y_0^2} = \frac{EI}{m} \left( \frac{\pi}{\ell} \right)^4$$

$$\omega = \left( \frac{\pi}{\ell} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{m}}$$

- $I$  est l'inertie de la section =  $\kappa \times I_{gt}$  ;
- $E$  est le module d'élasticité dynamique du béton.

Pour la section fissurée de la poutre, l'impulsion propre du premier mode fondamental est donc égale à :

$$\omega = \left( \frac{\pi}{9 m} \right)^2 \sqrt{\frac{1.1 \times 35000 \times 10^6 \text{ N/m}^2 \times 0.423 \times 1580424.41 \times 10^{-8} \text{ m}^4}{(8.1075 + (1 + 0) \times 1.5) \times 10^2 \text{ kg/m}}} = 63.066 \text{ rd/s}$$

La fréquence propre de la poutre est donc :

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 10.037 \text{ cycles/s}$$

Pour prendre en compte l'effet de l'amortissement sur la valeur de la fréquence propre, on calcule la fréquence  $f_b$  et l'impulsion propre  $\omega_b$  du système amorti équivalent comme suit (voir §2.2.4 de ce rapport) :

$$\omega_b = \omega \sqrt{1 - \xi^2} \cong \omega = 63.066 \text{ rd/s}$$

$$f_b = f \sqrt{1 - \xi^2} \cong f = 10.037 \text{ cycles/s}$$

#### 2.5.1.4. Réponse vibratoire de la poutre

On suppose que la poutre est soumise à une charge mobile  $Q$  résultant de la marche d'une personne (figure 50).

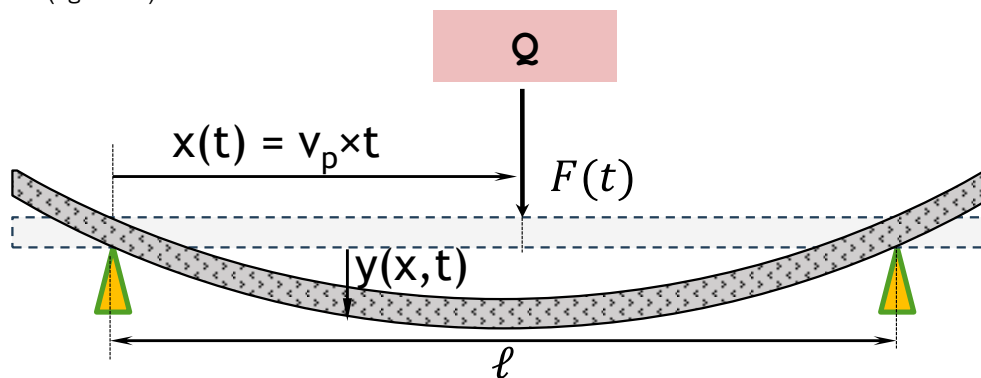
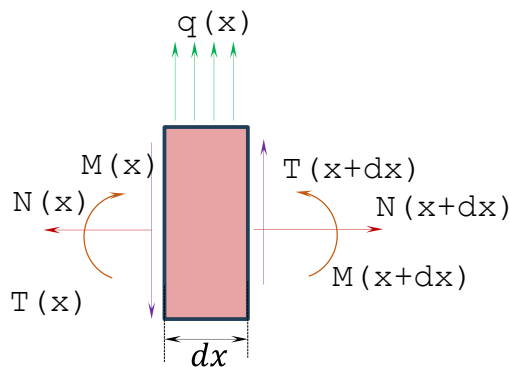


Figure 50 - Poutre de Bernoulli sur des appuis simples soumise à une charge mobile  $Q$

Appliquons les théorèmes généraux de la dynamique à un élément infinitésimal  $dx$  de la poutre. Cela nous conduit à deux équations :



$$\sum M_{ext} = 0 = \frac{\partial M(x, t)}{\partial x} + T(x, t) = 0$$

$$\sum F_{ext} = dm \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} + c \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = dx \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} + dx q(x)$$

- $q(x)$  est charge ponctuelle à une distance  $x(t)$  de l'appui peut être présentée sous la forme d'une distribution delta de Dirac (dérivée de la fonction de Heaviside) :

$$q(x) = Q \delta(x - x(t)) \text{ avec } \int \delta(x - x(t)) = 1$$

- $M(x, t)$  est le moment fléchissant à une distance  $x(t)$  de l'appui à l'instant  $t$  ;

$$M(x, t) = \frac{EI}{R(x, t)} = EI \frac{\partial y^2(x, t)}{\partial x^2}$$

- $\frac{1}{R(x, t)}$  est la courbure  $\frac{1}{R(x, t)} = \frac{\partial y^2(x, t)}{\partial x^2}$  ;
- $T(x, t)$  est le moment fléchissant à une distance  $x(t)$  de l'appui à l'instant  $t$  ;
- $c$  représente la constante d'amortissement ;

Après simplification on obtient le système suivant à résoudre :

$$m \frac{\partial y^2(x, t)}{\partial t^2} + 2m\omega_{b\xi} \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} + EI \frac{\partial y^4(x, t)}{\partial x^4} = Q\delta(x - x(t))$$

- $\omega_{b\xi}$  est la vitesse circulaire (impulsion) de l'amortissement de la poutre ;

$$\omega_{b\xi} = \frac{c}{2m} = \xi \frac{c_c}{2m} = \xi\omega$$

Pour résoudre cette équation aux dérivées partielles d'ordre quatre, on utilise la technique de séparation des variables et on applique les conditions initiales :

$$\begin{aligned} y(x, t) &= 0 \text{ pour } x = 0 \text{ et } \ell \\ \frac{\partial y^2(x, t)}{\partial x^2} &= 0 \text{ pour } x = 0 \text{ et } \ell \\ \frac{\partial y(x, 0)}{\partial t} &= 0 \text{ et } y(x, 0) = 0 \end{aligned}$$

La solution de cette équation peut être écrit sous la forme (trouvée par la transformation de Fourier) :

$$y_Q(x, t) = y_0 \sin\left(\frac{\pi x}{\ell}\right) \sin(\omega_p t)$$

Cette solution correspond à la ligne d'influence de la poutre dans le cas où la charge  $Q$  est appliquée à une distance  $v_p t$  de l'appui.

Avec :

- $y_0$  est la flèche statique de la poutre sous une charge  $Q$  à mi-portée  $\ell/2$  ;

$$y_0 = \frac{Q\ell^3}{48EI} \cong \frac{2Q\ell^3}{\pi^4 EI}$$

- $\omega_p$  est l'impulsion de la charge mobile calculée par la relation suivante :

$$\omega_p = \pi \frac{v_p}{\ell}$$

- $v_p$  est la vitesse de marche ;

Si la charge mobile appliquée est une charge harmonique, c.à.d  $F(t) = P\sin(\Omega t)$ . L'équation de mouvement devient :

$$m \frac{\partial y^2(x, t)}{\partial t^2} + 2m\omega_b \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} + EI \frac{\partial y^4(x, t)}{\partial x^4} = P\delta(x - x(t))\sin(\Omega t)$$

Pour résoudre cette équation aux dérivées partielles d'ordre quatre, on utilise la technique de séparation des variables ( $x$  et  $t$ ). On pose alors  $y(x, t) = f(x) \times g(t)$ . Ainsi la solution devient :

$$y_{h,n}(x, t) = y'_0 \times k_w [A(t) + B(t)] \sin\left(\frac{\pi x}{\ell}\right)$$

Où :

- $y_{h,n}$  est la réponse en déplacement à l'harmonique  $n^\circ$  de la marche ;

$$y'_0 = \frac{P}{Q} \times y_0 = \alpha_{n,v} \times y_0$$

- $\alpha_{n,v}$  est le coefficient dynamique de l'harmonique  $n^\circ$  ;
- $\Omega = 2\pi n f_p$  est l'impulsion propre de l'harmonique  $n^\circ$  ;
- $f_p$  est la fréquence de marche (harmonique  $n^\circ 1$ ) ;

$$f_p = \frac{\omega_p}{2\pi}$$

$$k_w = \left(\frac{\omega_b}{\Omega}\right)^2 \times \frac{1}{\left(\left(\frac{\omega_b}{\Omega}\right)^2 - 1\right)^2 + 4\left(\left(\frac{\omega_p}{\Omega}\right)^2 + \left(\frac{\omega_{b\xi}}{\Omega}\right)^2\right)}$$

$$A(t) = A_\omega \sin(\Omega t + \varphi) \sin(\omega t)$$

$$A_\omega = \sqrt{\left(\left(\frac{\omega_b}{\Omega}\right)^2 - 1\right)^2 + 4\left(\frac{\omega_{b\xi}}{\Omega}\right)^2}$$

$$\varphi = -\arctan\left(\frac{2\left(\frac{\omega_{b\xi}}{\Omega}\right)}{\left(\left(\frac{\omega_b}{\Omega}\right)^2 - 1\right)}\right)$$

$$B(t) = 2\left(\frac{\omega_p}{\Omega}\right) [\cos(\Omega t) \cos(\omega_p t) - e^{-\omega_{b\xi} t} \cos(\omega_b t)]$$

Dans le cas de la résonance, c.à.d. la fréquence propre de l'harmonique est égale à la fréquence propre du système :

$$\Omega = \omega_b$$

$$y(x, t) = y_0 \alpha_{n,v} \frac{\omega_b}{2} \frac{\cos(\omega_b t)}{\omega_p^2 + \omega_{b\xi}^2} [\omega_p (\cos(\omega_p t) - e^{-\omega_{b\xi} t}) - \omega_{b\xi} \sin(\omega_p t)] \sin\left(\frac{\pi x}{\ell}\right)$$

Le coefficient d'amplification dynamique de la force dynamique  $Q(t) + P \sin(\Omega t)$  est calculé comme suit :

$$\delta_{dyn} = \frac{\max [y(\ell/2, t)]}{y_0}$$

$$\delta_{dyn} = 1 + \alpha_{n,v} \left(\frac{\omega_b}{\Omega}\right)^2 \times \frac{1}{\left(\left(\frac{\omega_b}{\Omega}\right)^2 - 1\right)^2 + 4\left(\left(\frac{\omega_p}{\Omega}\right)^2 + \left(\frac{\omega_{b\xi}}{\Omega}\right)^2\right)}$$

$$\times \left\{ \sqrt{\left(\left(\frac{\omega_b}{\Omega}\right)^2 - 1\right)^2 + 4\left(\frac{\omega_{b\xi}}{\Omega}\right)^2} + 2 \frac{\omega_p}{\Omega} e^{-\omega_{b\xi} (\ell/2v_p)} \right\}$$

En résonance :

$$\delta_{dyn} = 1 + \frac{\alpha_{n,v}}{2} \frac{\omega_b}{\omega_p^2 + \omega_{b\xi}^2} \times \left\{ \omega_p e^{-\omega_{b\xi} (\ell/2v_p)} + \omega_{b\xi} \right\}$$

Finalement, on peut évaluer la vitesse critique de marche par la relation suivante :

$$v_{p,cr} = \frac{2f_j \ell}{j} \cong \frac{\pi}{\ell} \sqrt{\frac{EI}{m}} \quad j = 1, 2, \dots \text{ (modes propres) et } f_j \text{ est la fréquence propre du mode } n^\circ j \text{ de la poutre.}$$

Pour déterminer les réponses de la poutre en déplacement et en accélération, la combinaison des réponses individuelles sous les différentes harmoniques et sous la partie statique de la charge doit être réalisée. La forme générale de la réponse de la poutre à une sollicitation induite par la marche d'une personne est comme suit.

La réponse vibratoire totale en déplacement correspondante à l'action de marche s'écrit alors :

$$y(x, t) = y_Q(x, t) + \sum_{i=1}^{n_h} y_{hi}(x, t)$$

Où  $n_h$  est le nombre des harmoniques considéré pour décrire l'action de la marche.

La réponse en déplacement de la poutre fissurée étudiée pour  $x = L/2$  est présentée sur la figure 51.

### Réponse en déplacement à $x = 4.5$ m

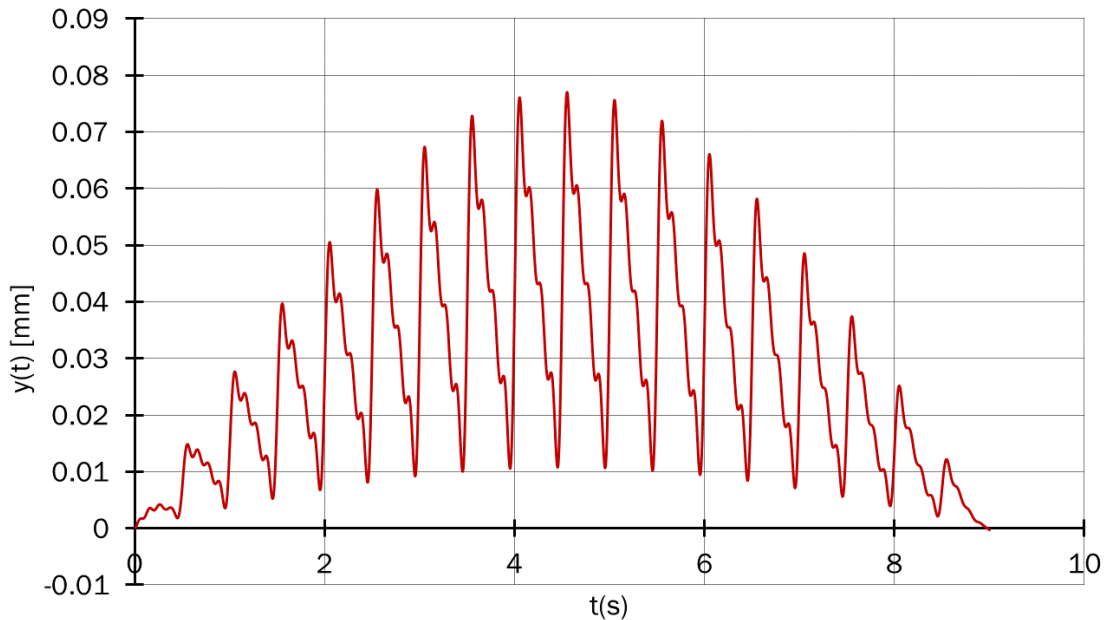


Figure 51 - Réponse vibratoire en déplacement pour  $x = L/2$  de la poutre étudiée

La réponse maximale en déplacement est obtenue à  $t = 4.55$  s et vaut  $y_{\max} = 0.077$  mm.

**Réponse finale en accélération**

Afin de déterminer la réponse de la poutre en accélération, on dérive deux fois les deux formules développées. La somme des deux formules obtenues donnera la réponse finale. L'usage principal de la réponse en accélération serait d'évaluer le confort de la structure par rapport à ses occupants sous une action de marche d'une personne avoisinante, en utilisant des normes d'appréciation de confort dont figure principalement la norme NF EN ISO 10137.

$$a(x, t) = a_Q(x, t) + \sum_{i=1}^{n_h} a_{hi}(x, t)$$

$$a_Q(x, t) = -\omega_p^2 y_0 \sin\left(\frac{\pi x}{\ell}\right) \sin(\omega_p t)$$

$$a_{h,n}(x, t) = y_0 \times \alpha_{n,v} \times k_w [C(t) + D(t)] \sin\left(\frac{\pi x}{\ell}\right)$$

$$C(t) = -(A_\omega \Omega^2 \sin(\varphi + \Omega t) \sin(\omega_p t)) - A_\omega \sin(\varphi + \Omega t) \omega_p^2 \sin(\omega_p t) + 2(A_\omega \Omega \cos(\varphi + \Omega t) \omega_p \cos(\omega_p t))$$

$$D(t) = -\left(2\left(\frac{\omega_p}{\Omega} \omega_b^2 \cos(\omega_b t) e^{-(\omega_b \xi t)}\right)\right) - 4\left(\frac{\omega_p}{\Omega} \omega_b \omega_b \xi \sin(\omega_b t) e^{-(\omega_b \xi t)}\right) + 2\left(\frac{\omega_p}{\Omega} \omega_b^2 \cos(\omega_b t) e^{-(\omega_b \xi t)}\right) + 4(\omega_p^3 \sin(\Omega t) \sin(\omega_p t)) - 2(\omega_p \Omega \cos(\Omega t) \cos(\omega_p t)) - 2\left(\frac{\omega_p^3}{\Omega} \cos(\Omega t) \cos(\omega_p t)\right)$$

La réponse en accélération de la poutre fissurée étudiée pour  $x = L/2$  est présentée sur la figure 52.

Réponse en accélération à  $x = 4.5 \text{ m}$

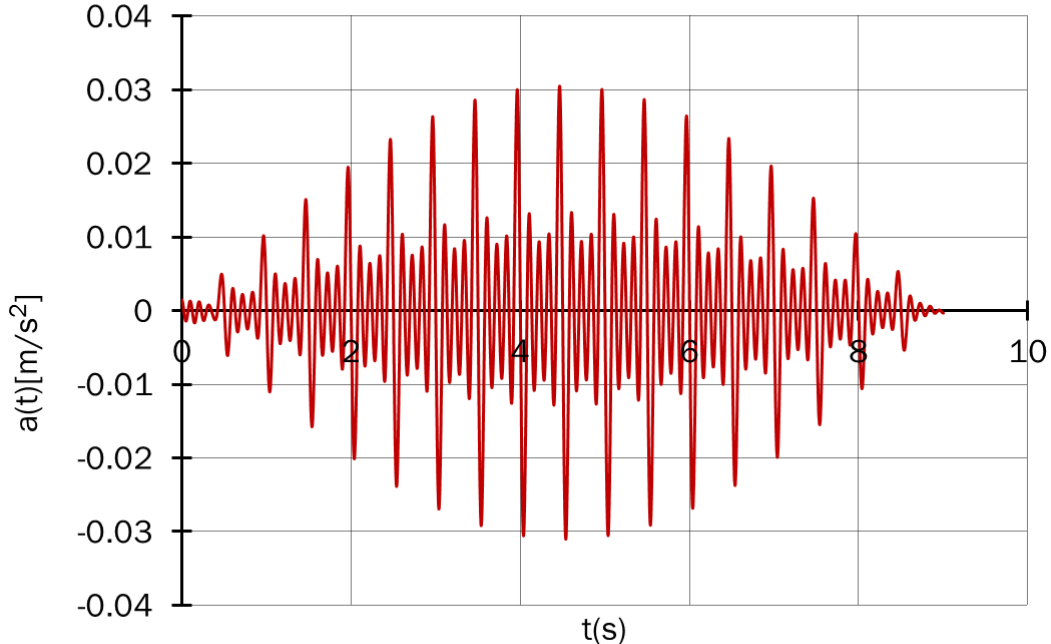


Figure 52 - Réponse vibratoire en accélération pour  $x = L/2$  de la poutre étudiée

La réponse maximale en accélération (en valeur absolue) est obtenue à  $t = 4.538 \text{ s}$  et vaut  $a_{\max} = 0.03055 \text{ m/s}^2$ .

### 2.5.1.5. Evaluation du confort vibratoire selon le critère de norme ISO 10137

L'accélération efficace s'écrit pour une série discrète d'accélération de pas de temps  $dt$  et de taille  $n$  :

$$a_{rms} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [a_{w,i}]^2} \quad [m/s^2]$$

$a_{w,i}$  étant l'accélération de la poutre à l'instant  $(i-1)dt$ .

Pour le cas étudié, une discrétisation avec un pas de temps  $dt = 0.002$  s est réalisée, soit au total 4500 intervalles de temps.

En utilisant la relation ci-dessus, la valeur de l'accélération effective RMS à mi-portée de la poutres ( $x = L/2$ ) est égale à :

$$a_{rms(x=L/2)} = 0.0097 \text{ m/s}^2$$

Selon la courbe de base de l'ISO 10137 (voir figure 24), le seuil de perception pour une fréquence de marche de 2Hz vaut 0.007 m/s<sup>2</sup>. L'accélération efficace calculée dépasse le seuil de perception à 2 Hz, fréquence d'excitation principale de la structure, montrant que les vibrations sont perceptibles par les occupants.

Le coefficient de réponse est égal à :

$$R = \frac{a_{rms(x=L/2)}}{0.005} = 1.94$$

Ce coefficient est à comparer au coefficient limite donné par la norme ISO 10137 pour (coefficient multiplicateur de la courbe de base ISO) en fonction de la catégorie des occupants. Pour une catégorie B (Hôpitaux / Résidences), le coefficient multiplicateur est entre 2 et 4 le jour.

Pour le cas étudié,  $R = 1.94 < 2.0$  (voir également figure 53). Les vibrations sont donc acceptables pour le cas d'étude vis-à-vis du confort vibratoire des utilisateurs pour la catégorie B considérée.

Accélération crête recommandée pour le confort humain lors de vibrations dues aux activités humaines - ISO 10137

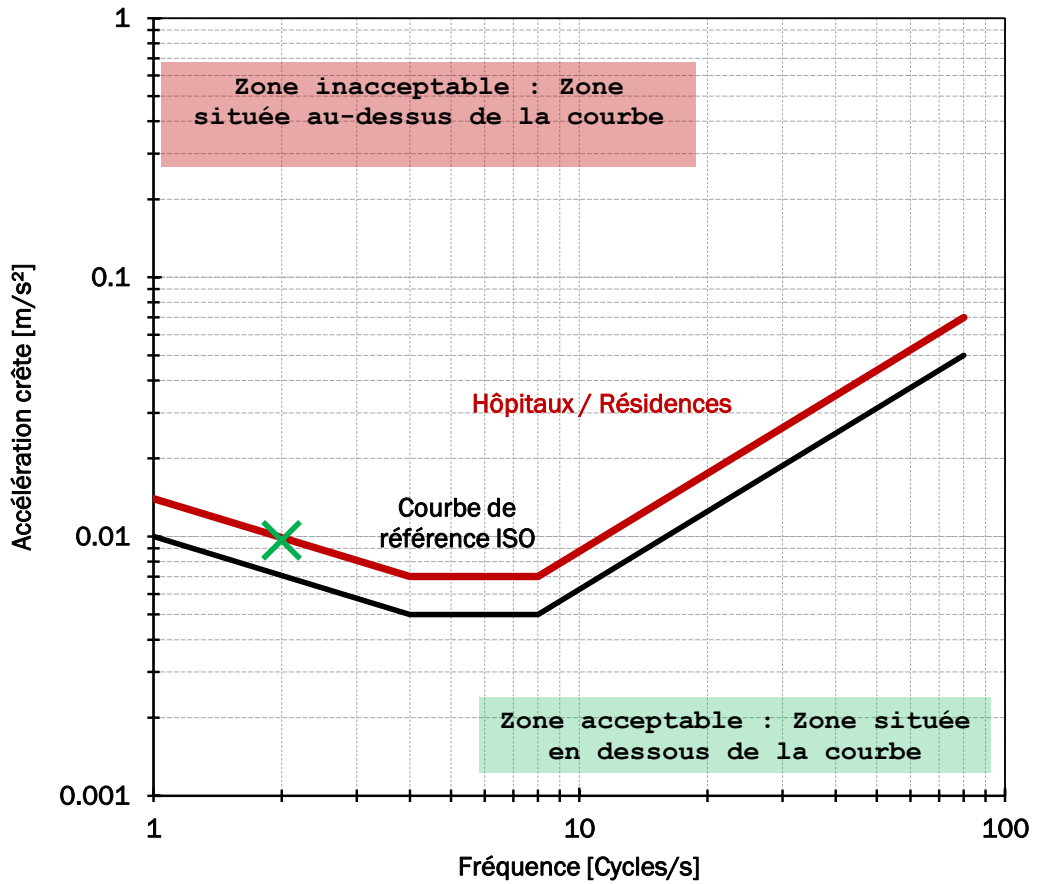


Figure 53 - Courbe d'acceptabilité ISO et évaluation du critère d'acceptabilité de la poutre étudiée

**Complément**

L'utilisation de la relation simplifiée proposée dans le guide AISC aboutit à une accélération de pic  $a_p$  égale à :

$$\frac{a_p}{g} = \frac{P_0 e^{-0.35 f_n}}{\xi W} = 0.537\%$$

Avec :

- $R = 0.5$  (poutre simple) ;
- $P_0 = 0.83 \times R \times Q = 311.25 \text{ N}$  ;
- $f_n = 10.037 \text{ cycles/s}$  ;
- $W = (8.1075 + (1 + 0) \times 1.5) \times \frac{10^3 \text{ N}}{\text{m}} \times 9 \text{ m} = 86467.5 \text{ N}$ .

La valeur limite indiquée dans le guide AISC (voir figure 26) pour cette catégorie vaut  $0.65\%g$ . Dans notre cas,

$$a_p = 0.537\%g < 0.65\%g$$

Les vibrations sont donc acceptables selon le critère du guide AISC pour le cas d'étude vis-à-vis du confort vibratoire des utilisateurs pour la catégorie des occupants considérée.

## 2.5.2. Vérification du critère d'acceptabilité sous une charge dynamique rythmique selon le guide AISC

Pour cet exemple, nous considérons un plancher nervuré reposant sur deux bords opposés, constitué de 9 poutres identiques à celles présentées dans l'exemple §2.5.1. La largeur du plancher est donc de 13.5 m et la longueur est de 9 m. Le plancher a une largeur de 13,5 mètres et une longueur de 9 mètres. Il est installé dans un bâtiment dédié aux activités aérobiques.

Le plancher est soumis à l'action de l'activité rythmique d'un groupe de personnes. Nous considérons les valeurs suivantes pour représenter l'action de l'activité aérobique sous la forme d'une série de Fourier de 3 harmoniques :

$$P(t) = w_p \left[ 1 + \sum_{i=1}^N \alpha_i \sin(2\pi i f_{step} t - \phi_i) \right]$$

- Poids uniformément reparti du groupe :  $w_p = 250 \text{ N/m}^2$  ;
- Fréquence de la première harmonique : variable entre  $f_p = 2.0 \text{ cycles/s}$  et  $f_p = 2.75 \text{ cycles/s}$  avec un pas de  $0.05 \text{ cycles/s}$  ;
- Déphasage des harmoniques  $\phi_i = 0$  ;
- Nombre des harmoniques  $N = 3$  ;
- Coefficients dynamiques :  $\alpha_1 = 1.5$  ;  $\alpha_2 = 0.6$  ;  $\alpha_3 = 0.1$  (guide AISC (AISC (American Institute of Steel Construction), 2016)).

Le poids du plancher par unité de surface est égal à :

$$w_t = \left( \frac{pp}{1.5} + (g + 0) \right) + w_p = \left( \frac{8.1075}{1.5} + (1 + 0) \right) + 0.25 = 6.655 \text{ kN/m}^2$$

*Note : la valeur de  $w_t$  est inférieure à la charge considérée dans le calcul du degré de fissuration. Par conséquent, la valeur du degré de fissuration calculée dans l'exemple précédent reste valable pour celui-ci.*

*Note : si la surface de la zone consacrée pour les activités aérobiques est inférieure à celle du plancher, la valeur de  $w_p$  peut être réduite en la multipliant par le ratio des surfaces.*

Calcul de la fréquence propre fondamentale du plancher :

$$\omega_n = \left( \frac{\pi}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{m}}$$

$$m = w_t \times B/g = 998.25 \text{ kg/m}$$

$$\omega_n = \left( \frac{\pi}{9 \text{ m}} \right)^2 \sqrt{\frac{1.1 \times 35000 \times 10^6 \text{ N/m}^2 \times 0.423 \times 1580424.41 \times 10^{-8} \text{ m}^4}{998.25 \text{ kg/m}}} = 61.87 \text{ rd/s}$$

La fréquence propre du plancher est donc :

$$f_n = \frac{\omega}{2\pi} = 9.85 \text{ cycles/s}$$

Les résultats de calcul de l'accélération pic avec l'Eq. 46 pour les différentes harmoniques et fréquences sont présentées dans le Tableau 29.

$$\frac{a_{p,i}}{g} = \frac{1.3\alpha_i w_p/w_t}{\sqrt{\left[ \left( \frac{f_n}{i f_{step}} \right)^2 - 1 \right] + \left( \frac{2\xi f_n}{i f_{step}} \right)^2}}$$

Harmonique n° 1		Harmonique n° 2		Harmonique n° 3		$\frac{a_p}{g} [\%]$ $= \frac{(\sum a_{p,i}^{1.5})^{1/1.5}}{g}$
$f_{step}$ [cycles/s]	$\frac{a_{p,1}}{g} [\%]$	$2f_{step}$ [cycles/s]	$\frac{a_{p,2}}{g} [\%]$	$3f_{step}$ [cycles/s]	$\frac{a_{p,3}}{g} [\%]$	
2.00	0.31%	4.00	0.58%	6.00	0.29%	0.84%
2.05	0.33%	4.10	0.61%	6.15	0.31%	0.89%
2.10	0.35%	4.20	0.65%	6.30	0.34%	0.95%
2.15	0.37%	4.30	0.69%	6.45	0.37%	1.01%
2.20	0.38%	4.40	0.73%	6.60	0.40%	1.07%
2.25	0.40%	4.50	0.77%	6.75	0.43%	1.14%
2.30	0.42%	4.60	0.82%	6.90	0.47%	1.21%
2.35	0.44%	4.70	0.86%	7.05	0.51%	1.29%
2.40	0.46%	4.80	0.91%	7.20	0.56%	1.37%
2.45	0.48%	4.90	0.96%	7.35	0.61%	1.46%
2.50	0.50%	5.00	1.02%	7.50	0.67%	1.55%
2.55	0.53%	5.10	1.07%	7.65	0.74%	1.66%
2.60	0.55%	5.20	1.13%	7.80	0.82%	1.77%
2.65	0.57%	5.30	1.19%	7.95	0.91%	1.89%
2.70	0.60%	5.40	1.26%	8.10	1.01%	2.03%
<b>2.75</b>	<b>0.62%</b>	<b>5.50</b>	<b>1.33%</b>	<b>8.25</b>	<b>1.14%</b>	<b>2.19%</b>

Tableau 29 - Accélérations pics du plancher considéré sous les sollicitations rythmiques de l'activité aérobique

La comparaison entre les valeurs de l'accélération pic pour les différentes valeurs de la fréquence de la 1<sup>ère</sup> harmonique de l'excitation rythmique et la valeur limite  $a_0/g = 2.5\%$  (cas Salle de sport) est présentée sur la figure 54.

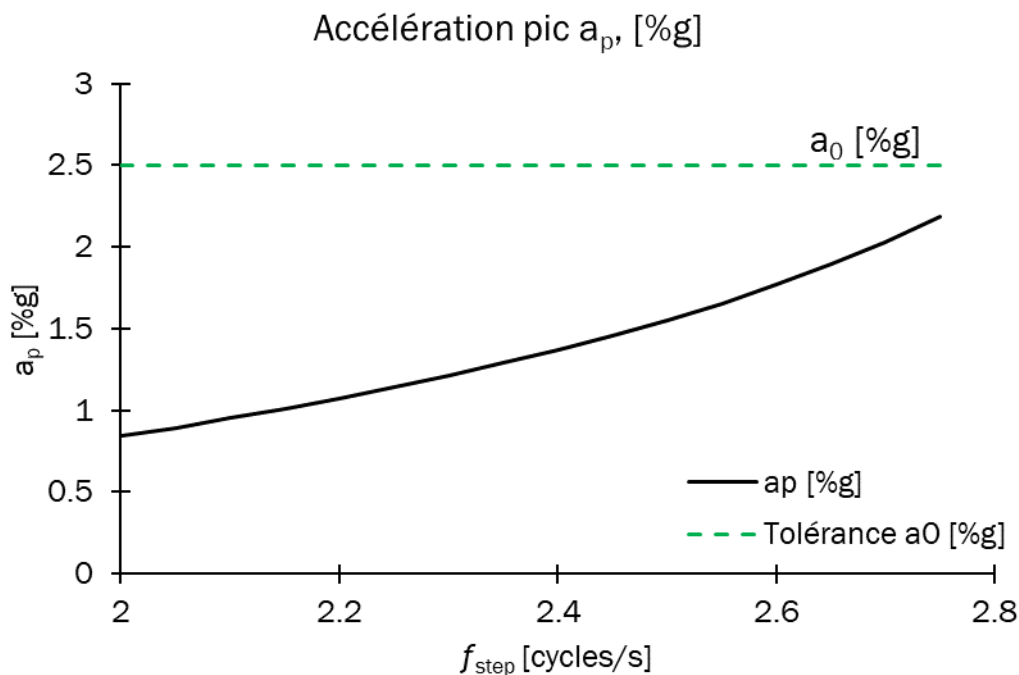


Figure 54 - L'accélération pic du plancher en fonction de la fréquence de la 1<sup>ère</sup> harmonique de l'excitation rythmique

La valeur maximale de l'accélération pic calculée se produit à une fréquence de pas de 2.75 Hz et est de 2.19 % de g, ce qui est inférieur à la limite de l'accélération tolérable pour le cas d'une salle de sport (voir tableau 10). Par conséquent, la réponse vibratoire du plancher est satisfaisante sous l'excitation rythmique considérée.

**Complément :**

Pour trouver la fréquence critique du plancher provoquant l'accélération pic maximal (résonance), nous pouvons utiliser la relation suivante :

$$f_{n,crit} = i f_{step} \times \sqrt{1 + \frac{k}{a_0/g} \frac{\alpha_i w_p}{w_t}}$$

Où :

- $i f_{step}$  est la fréquence maximale possible de la harmonique n° i ;
- $k$  est un coefficient qui dépend de l'activité rythmique ;
  - Pour la danse,  $k = 1.3$  ;
  - Pour un concert ou un événement sportif,  $k = 1.7$  ;
  - Pour les séances d'aérobic ou les sauts,  $k = 2.0$ .
- $a_0/g = 0.05$ .

Dans l'exemple étudié :

1) Pour la 1<sup>ère</sup> harmonique :

$$f_{n,crit} = 2.75 \times \sqrt{1 + \frac{1.7}{0.05} \frac{1.5 \times 0.25}{6.655}} = 4.7 \text{ cycles/s}$$

2) Pour la 2<sup>ème</sup> harmonique :

$$f_{n,crit} = 5.5 \times \sqrt{1 + \frac{1.7}{0.05} \frac{0.6 \times 0.25}{6.655}} = 7.31 \text{ cycles/s}$$

3) Pour la 3<sup>ème</sup> harmonique :

$$f_{n,crit} = 8.25 \times \sqrt{1 + \frac{1.7}{0.05} \frac{0.1 \times 0.25}{6.655}} = 8.76 \text{ cycles/s}$$

La fréquence propre du plancher étudié est supérieure aux valeurs de la fréquence critique calculées pour les trois harmoniques. Par conséquent, il n'y a pas de risque de résonance, et la réponse vibratoire du plancher est acceptable.

### 2.5.3. Vérification de la réponse vibratoire d'une dalle alvéolée

Considérons un plancher constitué de dalles alvéolées simplement appuyées avec une portée de  $L = 8$  m. Le plancher est fabriqué à partir de dalles alvéolées d'une largeur de 1200 mm et d'une hauteur  $h = 200$  mm. La classe de béton considérée est C60/75.

Données du plancher :

- Inertie de la section (considérée non fissurée sous les charges de service) =  $650 \times 10^{-6} \text{ m}^4$  ;
- Poids propre de la dalle alvéolée,  $pp = 3.2 \text{ kN/m}^2$  ;
- Charges permanentes appliquées :
  - Cloisons =  $1.0 \text{ kN/m}^2$  ;
  - Revêtements sol =  $1.5 \text{ kN/m}^2$  ;
  - Autres charges permanentes (plafond, services) =  $0.5 \text{ kN/m}^2$  ;

---


$$g = 1 + 1.5 + 0.5 = 3 \text{ kN/m}^2$$
- Charge d'exploitation considérée pour le calcul vibratoire,  $q = 0.0 \text{ kN/m}^2$  ;
- Masse de la dalle alvéolée par unité de longueur =  $m = (3.2 + 3) \times 120 = 744 \text{ kg/m}$
- Module d'élasticité moyenne et instantanée du béton,  $E_{cm} = 39 \text{ GPa}$  ;
- Amplification dynamique du module d'élasticité,  $\psi_{dyn} = 1.1$  ;
- Utilisation : bureaux avec des cloisons internes sur toute la hauteur,  $\xi = 5\%$  (voir figure 14).
- 

#### Calcul de la fréquence propre

Pour simplifier le calcul et prendre en compte l'effet de la présence des joints entre les dalles alvéolées, nous considérons que la fréquence du plancher est égale à celle d'une dalle alvéolée isolée.

*Note : une estimation plus précise de la fréquence propre du plancher peut être obtenue en supposant que la dalle se comporte comme une plaque orthotrope.*

$$f_n = \frac{\pi}{2L^2} \sqrt{\left(\frac{EI}{m}\right)} = 4.752 \text{ cycles/s}$$

Remarque : la fréquence propre calculée par la méthode de la flèche est égale à :

$$\Delta = \frac{5wL^4}{384EI} = 0.01423 \text{ m}$$

$$f_n = 0.18 \sqrt{\frac{g}{\Delta}} = 4.726 \text{ cycles/s}$$

Poids total du plancher :

$$W = \mu \times B \times L$$

Avec :

- $\mu$  est la masse surfacique du plancher ;
- $B$  est la largeur effective du plancher ;

$$B = \left(\frac{D_s}{D_j}\right)^{1/4} L \leq \left(\frac{2}{3}\right) \times \text{Largeur du plancher}$$

- $D_s$  est la rigidité flexionnelle dans la direction transversale (perpendiculaire à la portée) ;
- $D_j$  est la rigidité flexionnelle dans la direction parallèle à la portée.

Cette relation doit être utilisée dans le cas de la présence d'une dalle collaborante ou de joints de clavetage longitudinaux entre les dalles alvéolées.

Dans notre cas, on considère des dalles alvéolées isolées, et dans ce cas-là,  $B$  est la largeur de la dalle alvéolée.

$$W = \mu \times B \times L = 744 \times 8 = 5952 \text{ kg} = 58389.12 \text{ N}$$

#### Accélération maximale sous l'action de marche

$$\frac{a_p}{g} = \frac{P_0 e^{-0.35f_n}}{\xi W} = \frac{300 e^{-0.35 \times 4.752}}{0.05 \times 58389.12} = 1.95\%$$

Avec :

$$P_0 = 0.83 \times R \times Q = 300 \text{ N}$$

$R = 0.5$  (flexion simple)

$$Q = 723 \text{ N}$$

$a_p = 1.95\%g$ , ce qui est supérieur à l'accélération recommandée de  $0.5\%g$  pour les bureaux (voir figure 26).

Si on considère un plancher de largeur =  $L = 8$  m avec des joints longitudinaux entre les différentes dalles alvéolées,

La largeur effective du plancher est considérée dans ce cas égale à :

$$B = \left(\frac{2}{3}\right) \times \text{Largeur du plancher} = \left(\frac{2}{3}\right) \times 8 = 5.33 \text{ m}$$

Avec ces hypothèses :

$$\frac{a_p}{g} = 1.95\% \times \frac{1.2}{5.33} = 0.439\% < \frac{a_0}{g} \text{ (bureaux)}$$

Bien que la réponse individuelle de la dalle alvéolée isolée ne soit pas acceptable, la réponse vibratoire du plancher est satisfaisante sous l'action de la marche.

#### Accélération maximale sous l'action d'une activité rythmique

Pour cette partie de l'exemple, considérons l'utilisation du plancher pour une salle de danse ouverte, sans cloisons.

**Données pour le calcul :**

- Poids uniformément reparti du groupe :  $w_p = 600 \text{ N/m}^2$  ;
- Fréquence de la première harmonique : variable entre  $f_p = 1.5 \text{ cycles/s}$  et  $f_p = 2.7 \text{ cycles/s}$  avec un pas de  $0.02 \text{ cycles/s}$  ;
- Déphasage des harmoniques  $\phi_i = 0$  ;
- Nombre des harmoniques  $N = 2$  ;
- Coefficients dynamiques :  $\alpha_1 = 0.5$  ;  $\alpha_2 = 0.05$  (guide AISC (AISC (American Institute of Steel Construction), 2016)) ;

Le poids du plancher par unité de surface est égal à :

$$w_t = (pp + (g + 0)) + w_p = (3.2 + (1.5 + 0.5 + 0)) + 0.6 = 5.8 \text{ kN/m}^2$$

$$m = w_t \times 1.2 = 996 \text{ kg/m}$$

**Calcul de la fréquence propre :**

$$f_n = \frac{\pi}{2L^2} \sqrt{\left(\frac{EI}{m}\right)} = 4.107 \text{ cycles/s}$$

Les résultats de calcul de l'accélération pic avec l'Eq. 46 pour les différentes harmoniques et fréquences sont présentées dans le tableau 30.

Harmonique n° 1		Harmonique n° 2		$\frac{a_p}{g}$ [%] $= \frac{(\sum a_{p,i}^{1.5})^{1/1.5}}{g}$
$f_{step}$ [cycles/s]	$\frac{a_{p,1}}{g}$ [%]	$2f_{step}$ [cycles/s]	$\frac{a_{p,2}}{g}$ [%]	
1.50	1.03%	3.00	0.76%	1.43%
1.52	1.07%	3.04	0.80%	1.49%
1.54	1.10%	3.08	0.85%	1.55%
1.56	1.13%	3.12	0.90%	1.62%
1.58	1.17%	3.16	0.96%	1.69%
1.60	1.20%	3.20	1.02%	1.77%
1.62	1.24%	3.24	1.08%	1.85%
1.64	1.27%	3.28	1.16%	1.93%
1.66	1.31%	3.32	1.23%	2.02%
1.68	1.35%	3.36	1.32%	2.12%
1.70	1.39%	3.40	1.42%	2.23%
1.72	1.43%	3.44	1.52%	2.34%
1.74	1.47%	3.48	1.64%	2.47%
1.76	1.51%	3.52	1.77%	2.61%
1.78	1.55%	3.56	1.92%	2.76%

1.80	1.60%	3.60	2.09%	2.94%
1.82	1.64%	3.64	2.28%	3.13%
1.84	1.69%	3.68	2.49%	3.35%
1.86	1.73%	3.72	2.74%	3.60%
1.88	1.78%	3.76	3.03%	3.88%
1.90	1.83%	3.80	3.36%	4.21%
1.92	1.88%	3.84	3.75%	4.59%
1.94	1.93%	3.88	4.19%	5.03%
1.96	1.98%	3.92	4.69%	5.52%
1.98	2.03%	3.96	5.24%	6.05%
2.00	2.09%	4.00	5.79%	6.60%
2.02	2.14%	4.04	6.28%	7.09%
2.04	2.20%	4.08	6.62%	7.44%
<b>2.06</b>	<b>2.26%</b>	<b>4.12</b>	<b>6.73%</b>	<b>7.58%</b>
2.08	2.31%	4.16	6.60%	7.48%
2.10	2.37%	4.20	6.28%	7.22%
2.12	2.44%	4.24	5.85%	6.86%
2.14	2.50%	4.28	5.40%	6.49%
2.16	2.56%	4.32	4.97%	6.13%
2.18	2.63%	4.36	4.58%	5.83%
2.20	2.70%	4.40	4.23%	5.56%
2.22	2.77%	4.44	3.92%	5.35%
2.24	2.84%	4.48	3.65%	5.17%
2.26	2.91%	4.52	3.42%	5.03%
2.28	2.99%	4.56	3.21%	4.92%
2.30	3.06%	4.60	3.03%	4.84%
2.32	3.14%	4.64	2.87%	4.78%
2.34	3.22%	4.68	2.73%	4.73%
2.36	3.30%	4.72	2.61%	4.71%
2.38	3.39%	4.76	2.49%	4.69%
2.40	3.47%	4.80	2.39%	4.69%
2.42	3.56%	4.84	2.30%	4.71%
2.44	3.65%	4.88	2.21%	4.73%
2.46	3.75%	4.92	2.14%	4.76%
2.48	3.84%	4.96	2.07%	4.80%
2.50	3.94%	5.00	2.00%	4.84%
2.52	4.04%	5.04	1.95%	4.90%

2.54	4.14%	5.08	1.89%	4.96%
2.56	4.25%	5.12	1.84%	5.02%
2.58	4.36%	5.16	1.79%	5.10%
2.60	4.47%	5.20	1.75%	5.17%
2.62	4.59%	5.24	1.71%	5.26%
2.64	4.71%	5.28	1.67%	5.35%
2.66	4.83%	5.32	1.63%	5.44%
2.68	4.95%	5.36	1.60%	5.54%
2.70	5.08%	5.40	1.57%	5.65%

Tableau 30 - Accélérations pics du plancher à dalles alvéolées sous les sollicitations rythmiques de la danse

La comparaison entre les valeurs de l'accélération pic pour les différentes valeurs de la fréquence de la 1<sup>ère</sup> harmonique de l'excitation rythmique et la valeur limite  $a_0/g = 1.5\%$  (cas Salle de danse) est présentée sur figure 55.

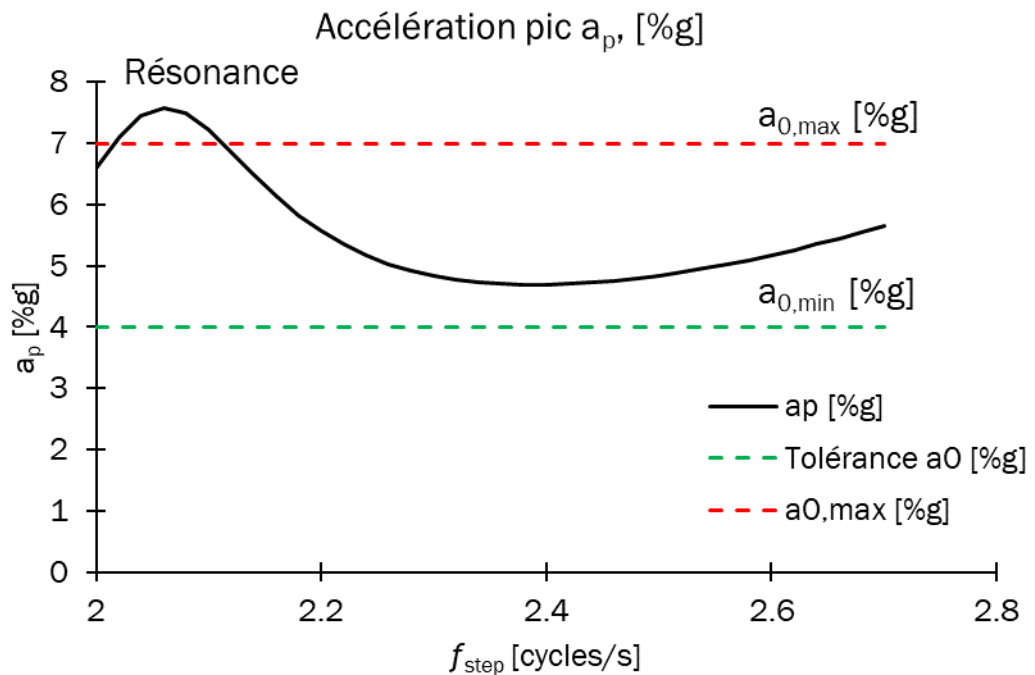


Figure 55 - L'accélération pic du plancher à dalles alvéolées en fonction de la fréquence de la 1<sup>ère</sup> harmonique de l'excitation rythmique de la danse

La valeur maximale d'accélération pic de 7.58%g, qui dépasse la limite de l'accélération tolérable recommandée de 4 à 7 %g, indique que les vibrations seront inacceptables. L'utilisation de ce plancher pour une salle de danse peut entraîner des inconforts pour les occupants de la salle et peut probablement causer des vibrations dans les éléments adjacents (poteaux, dalles). Pour un système structurel acceptable, la fréquence propre du plancher doit être considérablement augmentée (modification de la fréquence propre du plancher par raidissage, changement des conditions de liaisons, augmentation de la masse, augmentation de la participation des éléments non structurels fortement amortis, ajout d'amortisseurs,...).

## 2.6. Outils Excel VBA – VibroCheck

Un outil Excel a été développé dans le cadre de cette étude afin de faciliter l'estimation de la valeur de la fréquence propre fondamentale pour différents types de planchers (les planchers à dalle alvéolée, les dalles solides pleines, les planchers à prédalles, les dalles nervurées, les planchers à poutrelles et entrevous, ...).

Cet outil permet une estimation rapide de la fréquence propre en se basant sur des données d'entrées telles que les propriétés géométriques, les propriétés des matériaux et les conditions d'appui. De plus, il prend en compte le degré de fissuration du plancher pour des évaluations plus précises. L'annexe 2 présente une comparaison entre les résultats obtenus avec cet outil et ceux obtenus à l'aide de la méthode des éléments finis.

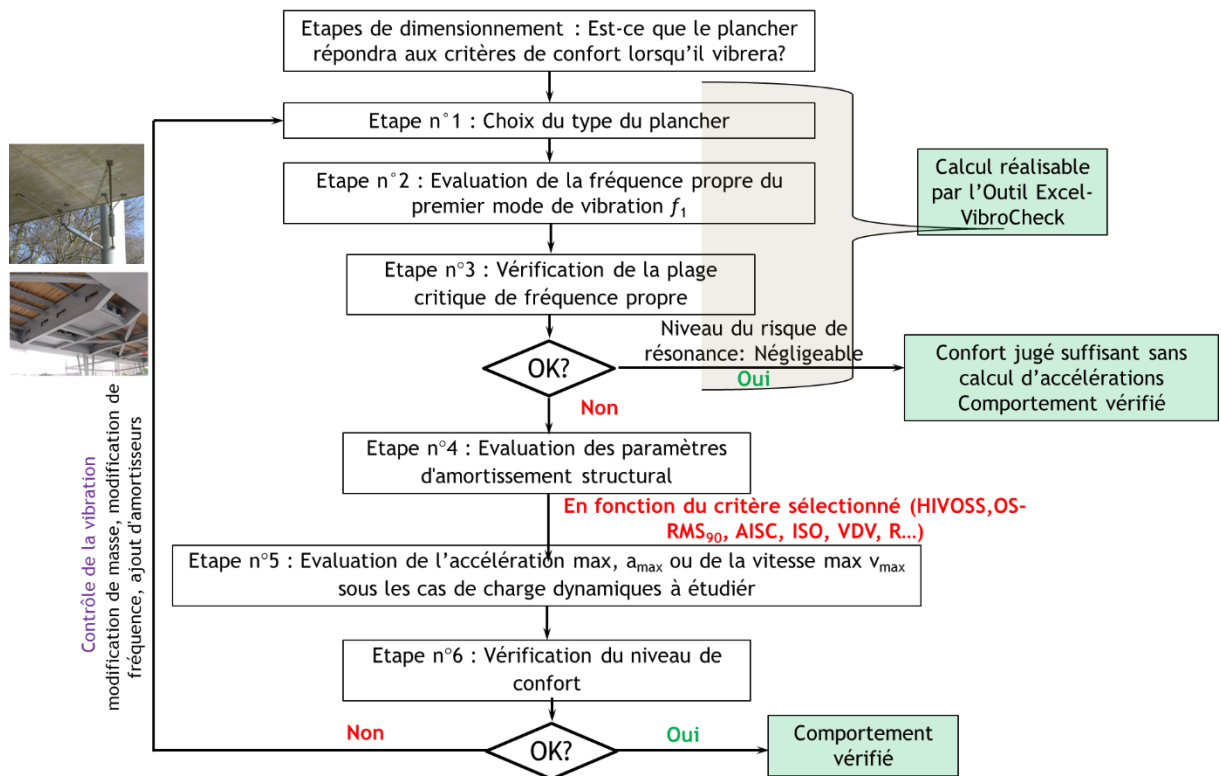
Pour faciliter son utilisation, l'outil est accompagné d'une notice explicative détaillant sa méthode d'utilisation. La notice détaille les différentes hypothèses prises en compte pour le calcul ainsi que les relations analytiques utilisées.

L'annexe 3 de cette étude présente des abaques pour l'évolution de la fréquence propre fondamentale des planchers à prédalles en fonction des dimensions géométriques (épaisseur de la prédalle, épaisseur de la couche béton coulée en place, portée) et des conditions limites appliquées sur les bords du plancher.

## 2.7. Conclusions

Les vibrations des planchers représentent un défi significatif dans divers types de structures, notamment les salles de spectacle, les gymnases, les bureaux et les résidences. L'activité humaine, telle que la marche, le saut ou la danse, peut induire des vibrations perceptibles et potentiellement gênantes pour les occupants.

La méthodologie de vérification des planchers en béton armé et précontraint peut être résumée par l'organigramme suivant :



La présente étude se concentre spécifiquement sur les vibrations des planchers résultant de l'activité humaine dans les bâtiments en béton armé. Son objectif principal est de fournir une revue bibliographique des méthodes disponibles pour évaluer et minimiser ces vibrations. Les conclusions de cette étude peuvent être regroupées en trois aspects principaux :

- **Fondamentaux des vibrations des planchers** : Cette étude a présenté les principes fondamentaux des vibrations des planchers, en mettant en avant les facteurs influençant la perception humaine des vibrations, tels que l'amplitude de l'accélération, la fréquence et la durée.
- **Évaluation des vibrations** : Elle a exploré les méthodes disponibles dans la littérature pour évaluer les grandeurs modales des planchers, telles que la fréquence et la masse modales, nécessaires pour comparer les résultats avec les limites imposées dans les guides afin d'évaluer le niveau de confort et de déterminer l'adéquation d'utilisation.
- **Critères d'acceptabilité** : L'étude a examiné également les différentes méthodes disponibles dans la littérature pour évaluer la réponse vibratoire des planchers et établir des critères d'acceptabilité en fonction des normes et des pratiques recommandées.

En conclusion, cette étude a mis en lumière l'importance de comprendre et de gérer les vibrations des planchers dans les bâtiments en béton armé, en fournissant un aperçu des méthodes d'évaluation et des critères d'acceptabilité nécessaires pour assurer le confort des occupants.

Un outil Excel a été développé dans le cadre de cette étude afin de faciliter l'estimation de la valeur de la fréquence propre fondamentale pour différents types de planchers (les planchers à dalle alvéolée, les dalles solides pleines, les planchers à prédalles, les dalles nervurées, les planchers à poutrelles et entrevous, ...).

## Bibliographie

---

- ACI. (2014). Building Code Requirements for Structural concrete .
- AISC (American Institute of Steel Construction). (2016). Steel Design Guide n° 11 - Vibrations of Steel-Framed Structural Systems Due to Human Activity.
- ASCE/SEI 7-16. (2017). Minimum Design Loads for buildings and Other Structures. American Society of civil Engineers.
- Blevins, R. D. (1979). Formulas for natural frequency and mode shape.
- BS 6472-1. (2008). BRITISH STANDARD: Guide to evaluation of human exposure to vibration in buildings Part 1: Vibration sources other than blasting.
- CCIP 016. (2006). *A Design Guide for Footfall Induced Vibration of Structures*. A cement and concrete industry publication.
- Fanella, D. A., & Mota, M. (2014). Design Guide for vibrations of Reinforced Concrete Floor systems.
- Feldmann, M., Heinemeyer, C., Butz, C., Caetano, E., Cunha, A., Galanti, F., . . . Waarts, P. (2009). *Design of floor structures for human induced vibrations*.
- FRYBA, L. (1999). Vibration of solids and Structures under Moving Loads.
- HIVOSS. (2007). Human induced Vibrations of Steel Structures.
- ISO 10137. (2007). Bases for design of structures - Serviceability of buildings and walkways against vibrations .
- ISO 2631-1. (1997). Mechanical vibration and shock -Evaluation of human exposure to whole-body vibration-Part 1 : general requirements.
- ISO 2631-2. (2003). Mechanical vibration and shock -Evaluation of human exposure to whole body vibration, Part 2: Vibration in buildings (1 Hz to 80 Hz).
- Journal Officiel de la république française. (1986). Circulaire du 23/07/86 relative aux vibrations mécaniques émises dans l'environnement par les installations classées pour la protection de l'environnement.
- M. Hewitt, C., & M. Murray, T. (2044). *Office Fit-Out and Floor Vibrations*. Modern Steel Construction.
- MC2010. (2010). fib Model Code for Concrete Structures .
- NF E90-020-1. (2015). Vibrations et chocs mécaniques - Méthode de mesurage et d'évaluation - Partie 1 : mesurages et évaluation des réponses des structures aux vibrations générées par les activités humaines.
- NF EN 1990. (Mars 2003). Eurocodes structuraux - Bases de calcul des structures.
- NF EN 1992-1-1. (October 2005). Eurocode 2 - Calcul des structures en béton - Partie 1-1 : règles générales et règles pour les bâtiments.
- NF EN 1992-1-1. (October 2005). Eurocode 2 - Calcul des structures en béton - Partie 1-1 : règles générales et règles pour les bâtiments.
- NF EN 1992-1-1/NA. (MARS 2016). Eurocode 2 : Calcul des structures en béton —Partie 1-1 : Règles générales et règles pour les bâtiments —Annexe Nationale à la NF EN 1992-1-1:2005 —Règles générales et règles pour les bâtiments.
- NF EN 1993-1-1. (2005). Eurocode 3 :Calcul des structures en acier - Partie 1-1 : Règles générales et règles pour les bâtiments.

- NF EN 1993-1-1/NA. (2013). Eurocode 3 : Calcul des structures en acier —Annexe Nationale à la NF EN 1993-1-1:2005 —Partie 1-1 : Règles générales et règles pour les bâtiments.
- NF EN 1995-1-1. (2005). Eurocode 5 : Conception et calcul des structures en bois — Partie 1-1 : Généralités — Règles communes et règles.
- NF EN 1995-1-1/NA. (2010). Eurocode 5 : Conception et calcul des structures en bois — Partie 1-1 : Généralités —Règles communes et règles pour les bâtiments—Annexe nationale à la NF EN 1995-1-1:2008.
- SCI Publication P354. (2009). Design of floors for Vibration : a New Approach.
- Sedlacek, G., Heinemeyer, C., Butz, C., Völling, B., Waarts, P., Van Duin, F., . . . Demarco, T. (2006). *Generalisation of criteria for floor vibrations for industrial, office, residential and public building and gymnastic halls*. Technical steel research-European Commission.

## Annexes

### Annexe 1. Fréquences propres des éléments plaques isotropes avec un bord libre

Pour les cas des éléments plaques isotropes comportant au moins un bord libre, il est possible de déterminer les fréquences propres en se référant à l'Eq. 77. Les valeurs spécifiques de  $\lambda_{ij}^2$ , nécessaires pour ces calculs, sont répertoriées dans le tableau 31. Ces valeurs concernent les plaques présentant un coefficient de Poisson de 0.3. Il est important de souligner que les variations du coefficient de Poisson, dans une plage allant de 0 à 0.5, influencent faiblement la fréquence propre, induisant un écart de moins de 7 %. La figure 39 montre l'orientation de la plaque et les numéros des bords.

Conditions d'appuis (C : Encastrée ; S : Articulée; F : Libre)				$\frac{a}{b}$	$\lambda_{ij}^2$ et [ij]					
Bord n°					1	2	3	4	5	6
1	2	3	4							
S	S	F	F	0.4	9.760 [11]	11.04 [12]	15.06 [13]	21.71 [14]	31.18 [15]	39.24 [21]
				2/3	9.698 [11]	12.98 [12]	22.95 [13]	39.11 [21]	40.36 [14]	42.69 [22]
				1	9.631 [11]	16.14 [12]	36.73 [13]	38.95 [21]	46.74 [22]	70.74 [23]
				1.5	9.558 [11]	21.62 [12]	38.72 [21]	54.84 [22]	65.79 [13]	87.63 [31]
				2.5	9.484 [11]	33.62 [12]	38.36 [21]	75.20 [22]	86.97 [31]	130.4 [32]
C	S	F	F	0.4	15.38 [11]	16.37 [12]	19.66 [13]	25.55 [14]	34.51 [15]	46.44 [16]
				2/3	15.34 [11]	17.95 [12]	26.73 [13]	43.19 [14]	49.84 [21]	53.01 [22]
				1	15.29 [11]	20.67 [12]	39.78 [13]	49.73 [21]	56.62 [22]	77.37 [14]
				1.5	15.22 [11]	25.71 [12]	49.55 [21]	64.01 [22]	68.13 [13]	103.7 [31]
				2.5	15.13 [11]	37.29 [12]	49.23 [21]	83.33 [22]	103.1 [31]	143.7 [32]
C	C	F	F	0.4	22.35 [11]	23.09 [12]	25.67 [13]	30.63 [14]	38.69 [15]	49.86 [16]

				2/3	22.31 [11]	24.31 [12]	31.7 [13]	46.82 [14]	61.57 [21]	64.34 [22]
				1	22.27 [11]	26.53 [12]	43.66 [13]	61.47 [21]	67.55 [22]	79.9 [14]
				1.5	22.21 [11]	30.9 [12]	61.30 [21]	70.96 [13]	74.26 [22]	118.3 [23]
				2.5	22.13 [11]	41.69 [12]	61.00 [21]	92.38 [22]	119.9 [31]	157.8 [32]
S	S	S	F	0.4	10.13 [11]	13.06 [12]	18.84 [13]	27.56 [14]	39.34 [15]	39.61 [21]
				2/3	10.67 [11]	18.30 [12]	33.70 [13]	40.13 [21]	48.41 [22]	57.59 [14]
				1	11.68 [11]	27.76 [12]	41.20 [21]	59.07 [22]	61.86 [13]	90.29 [31]
				1.5	13.71 [11]	43.57 [21]	47.86 [12]	81.48 [22]	92.69 [31]	124.56 [13]
				2.5	18.8 [11]	50.54 [21]	100.23 [31]	100.2 [12]	147.6 [22]	169.1 [41]
S	S	C	F	0.4	10.19 [11]	13.6 [12]	20.1 [13]	29.62 [14]	39.64 [21]	42.24 [15]
				2/3	10.98 [11]	20.34 [12]	37.96 [13]	40.27 [21]	49.73 [22]	64.19 [14]
				1	12.69 [11]	33.07 [12]	41.70 [21]	63.01 [22]	72.40 [13]	90.61 [31]
				1.5	16.82 [11]	45.30 [21]	61.02 [12]	92.31 [22]	93.83 [31]	141.8 [32]
				2.5	30.63 [11]	58.08 [21]	105.5 [31]	149.46 [12]	173.1 [41]	182.8 [22]
C	C	S	F	0.4	22.54 [11]	24.3 [12]	28.34 [13]	35.35 [14]	45.71 [15]	59.56 [16]
				2/3	22.86 [11]	27.97 [12]	40.68 [13]	62.31 [21]	62.7 [14]	68.68 [22]
				1	23.46 [11]	35.61 [12]	63.13 [21]	66.81 [13]	77.5 [22]	109.0 [23]
				1.5	24.78 [11]	53.73 [12]	64.96 [21]	97.26 [22]	124.5 [31]	127.9 [13]
				2.5	28.56 [11]	70.56 [12]	114.0 [12]	130.8 [31]	159.5 [22]	210.3 [41]
C	S	S	F	0.4	15.65 [11]	17.95 [12]	22.9 [13]	30.89 [14]	42.11 [15]	50.22 [21]

				2/3	16.07 [11]	22.45 [12]	36.70 [21]	50.70 [21]	57.91 [22]	59.84 [14]
				1	16.87 [11]	31.14 [12]	51.63 [21]	64.04 [13]	67.65 [22]	101.2 [23]
				1.5	18.54 [11]	50.44 [12]	53.72 [21]	88.80 [22]	108.2 [31]	126.1 [13]
				2.5	23.07 [11]	59.97 [21]	112.0 [12]	115.1 [31]	153.2 [22]	189.5 [41]
				0.4	15.7 [11]	18.37 [12]	23.99 [13]	23.81 [14]	44.86 [15]	50.25 [21]
				2/3	16.29 [11]	24.20 [12]	40.70 [13]	50.82 [21]	59.07 [22]	66.26 [14]
				1	17.62 [11]	36.05 [12]	52.07 [21]	71.19 [22]	74.35 [13]	106.3 [31]
				1.5	21.04 [11]	55.18 [21]	63.18 [12]	99.01 [22]	109.2 [31]	150.9 [13]
				2.5	33.58 [11]	66.61 [21]	119.9 [31]	150.8 [12]	187.6 [22]	193.2 [41]
				0.4	22.58 [11]	24.62 [12]	29.24 [13]	37.06 [14]	48.28 [15]	61.92 [21]
				2/3	23.02 [11]	29.43 [12]	44.36 [13]	62.42 [21]	68.89 [14]	69.70 [22]
				1	24.02 [11]	40.04 [12]	63.49 [21]	76.76 [13]	80.71 [22]	116.8 [23]
				1.5	26.73 [11]	65.92 [12]	66.22 [21]	106.8 [22]	125.4 [31]	152.5 [13]
				2.5	37.66 [11]	76.41 [21]	135.2 [31]	152.5 [12]	193.0 [22]	213.7 [41]

Tableau 31 - Valeurs de  $\lambda_{ij}^2$  pour le calcul des fréquences propres des éléments plaques rectangulaires isotropes avec au moins un bord libre (les valeurs indiquées dans ce tableau sont valables pour un coefficient de Poisson  $\nu = 0.3$ ) (Blevins, 1979)

## Annexe 2. Comparaison entre l'outil EXCEL VibroCheck et la méthode d'éléments finis

Cette annexe montre une comparaison entre la fréquence propre fondamentale calculée à l'aide de l'outil Excel développé "VibroCheck" et celle calculée par la méthode des éléments finis sous le logiciel Ansys.

Plusieurs types de planchers sont pris en compte dans cette comparaison. Les conditions d'appui appliquées sur les bords du plancher ainsi que les hypothèses concernant les classes de béton sont présentées sur les figures ci-dessous.

Pour le calcul de la fréquence, seul le poids propre du plancher est pris en considération. L'état de fissuration des planchers n'est pas pris en compte dans le calcul de la fréquence.

### a. Cas des planchers à prédalles

La fréquence propre du plancher à prédalle dans l'outil Excel "VibroCheck" est déterminée en considérant une plaque orthotrope. Dans cette hypothèse, la rigidité flexionnelle dans la direction de la portée est équivalente à l'inertie de la section transversale (dans le plan zy), tandis que la rigidité flexionnelle dans la direction perpendiculaire à la portée (dans le plan xz) est représentée par  $\alpha_1 \times$  Inertie de la section A-A +  $\alpha_2 \times$  Inertie de la section B-B avec la contrainte que  $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ . Cette approche permet de prendre en compte la présence des joints entre les différentes prédalles pour avoir une estimation conservatrice de la fréquence propre fondamentale.

#### 1) Cas n°1 où deux bords opposés sont articulés et les deux autres libres

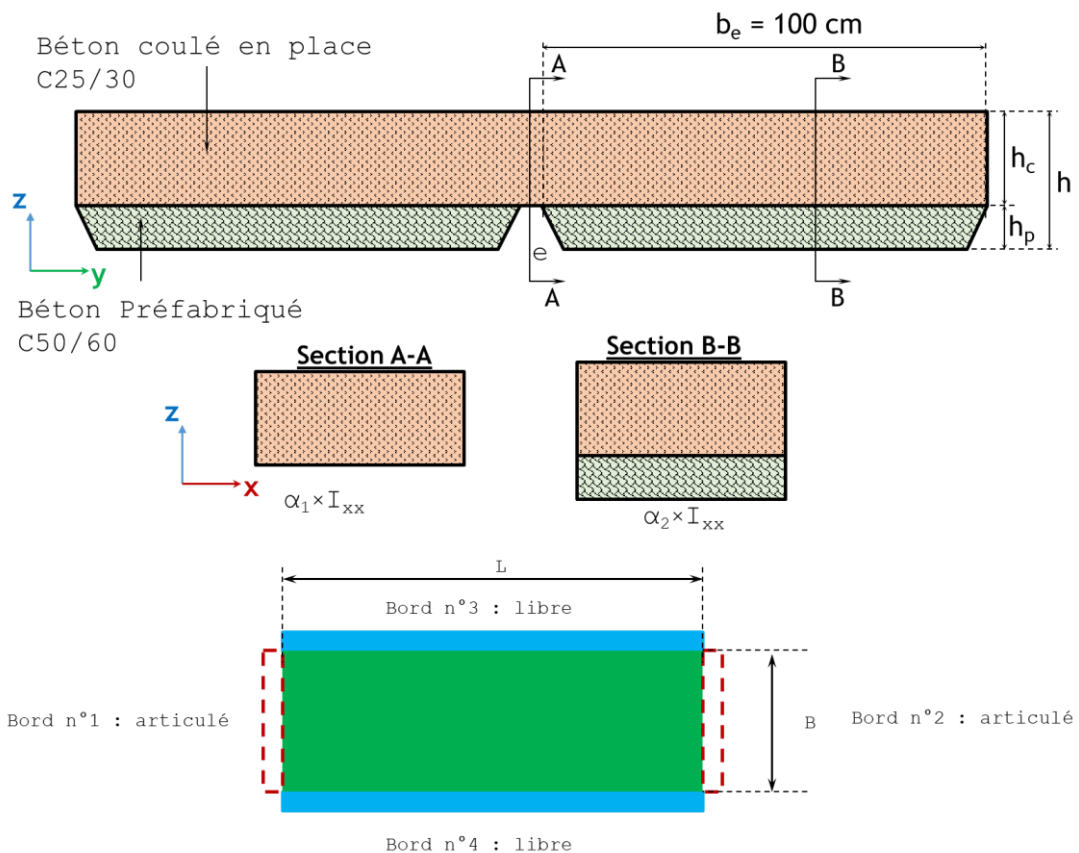


Figure 56 - Schéma de la géométrie du plancher à prédalles avec les spécifications concernant les classes de béton et les conditions d'appuis des bords

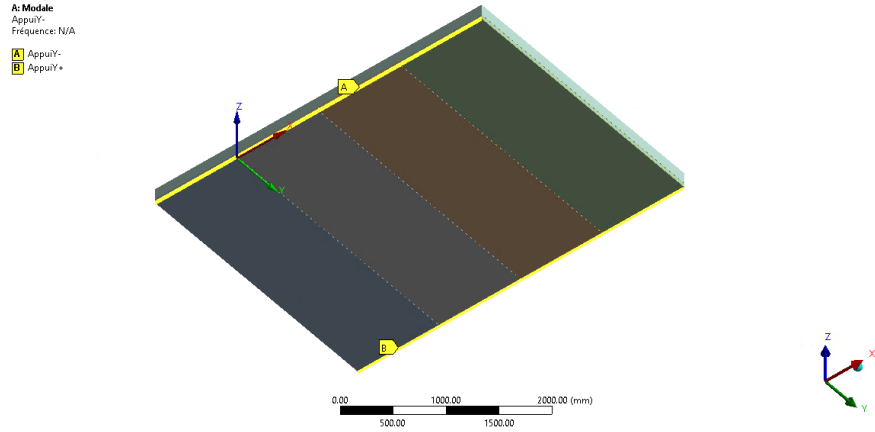


Figure 57 - Modèle numérique par éléments finis utilisé pour le calcul de la fréquence propre du plancher à prédalles, avec deux bords opposés articulés et deux autres bords libres

$h_p$ [mm]	$h_c$ [mm]	L [m]	B [m]	$f_{1,MEF}$ [Hz]	$f_{1,EXCEL}$ [Hz]	Ecart relatif [%]	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$f_{1,EXCEL}$ [Hz]	Ecart relatif [%]
40	120	3	4	30.245	30.925	2.25%	0.072	0.928	30.24	-0.02%
50	120	3	4	32.128	32.924	2.48%	0.071	0.929	32.125	-0.01%
60	120	3	4	33.981	34.9	2.70%	0.072	0.928	33.975	-0.02%
70	120	3	4	35.8	36.861	2.96%	0.073	0.927	35.813	0.04%
40	130	3	4	32.047	32.829	2.44%	0.08	0.92	32.052	0.02%
40	140	3	4	33.833	34.729	2.65%	0.09	0.91	33.84	0.02%
40	150	3	4	35.604	36.627	2.87%	0.102	0.898	35.602	-0.01%
40	160	3	4	37.359	38.522	3.11%	0.115	0.885	37.349	-0.03%
40	170	3	4	39.096	40.414	3.37%	0.13	0.87	39.07	-0.07%
40	120	4	4	17.081	17.395	1.84%	0.072	0.928	17.01	-0.42%
40	120	5	4	10.943	11.133	1.74%	0.072	0.928	10.886	-0.52%
40	120	6	4	7.5995	7.731	1.73%	0.072	0.928	7.56	-0.52%
40	120	7	4	5.5818	5.68	1.76%	0.072	0.928	5.554	-0.50%

Tableau 32 - Comparaison entre les résultats de calcul par la méthode d'éléments finis et l'outil Excel « VibroCheck » - Cas du plancher à prédalles, avec deux bords opposés articulés et deux autres bords libres

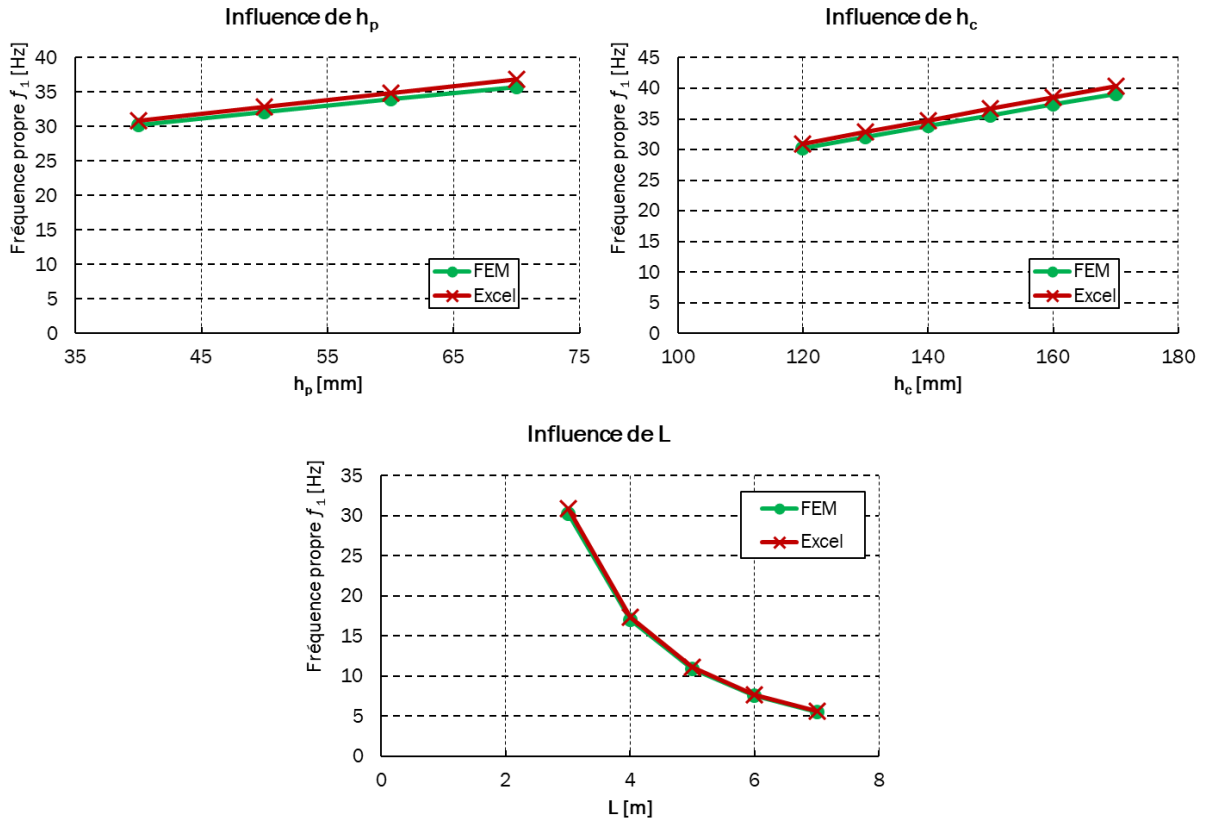


Figure 58 - Comparaison entre les résultats de calcul par la méthode d'éléments finis et l'outil Excel « VibroCheck» - Cas du plancher à prédalles, avec deux bords opposés articulés et deux autres bords libres

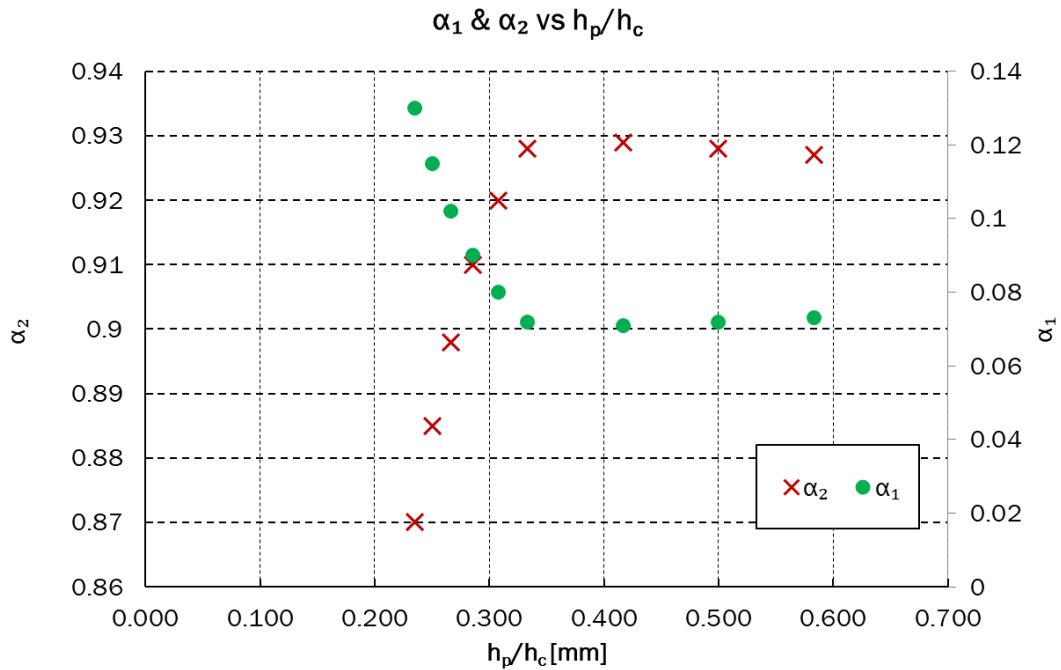


Figure 59 - Valeurs de  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  proposées pour minimiser les écarts entre les valeurs de la fréquence propre estimée par l'outil VibroCheck et l'analyse d'éléments finis – Cas du plancher à prédalles, avec deux bords opposés articulés et deux autres bords libres

## 2) Cas n°2 où deux bords opposés sont encastrés et les deux autres articulés

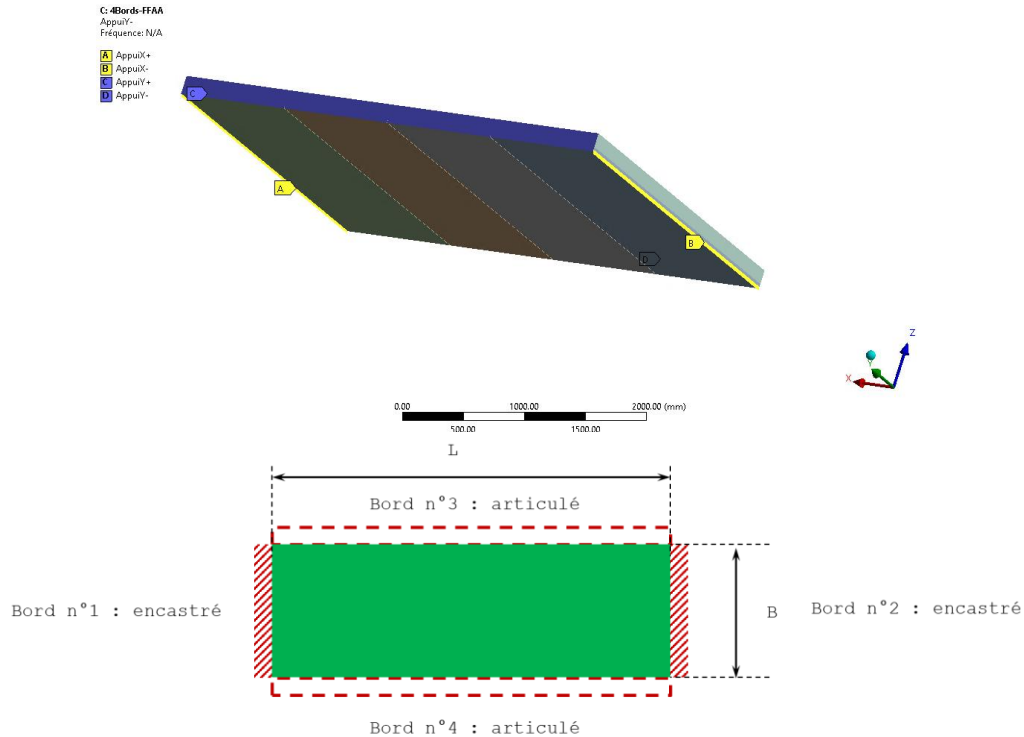


Figure 60 - Modèle numérique par éléments finis utilisé pour le calcul de la fréquence propre du plancher à prédalles, avec deux bords opposés encastrés et deux autres bords articulés

$\alpha_1$	$\alpha_2$	$h_p$ [mm]	$h_c$ [mm]	L [m]	B [m]	$f_{1,MEF}$ [Hz]	$f_{1,EXCEL}$ [Hz]	Ecart relatif [%]
0	1	40	120	3	4	78.337	74.098	-5.41%
0	1	50	120	3	4	82.938	78.888	-4.88%
0	1	60	120	3	4	87.437	83.623	-4.36%
0	1	70	120	3	4	91.823	88.322	-3.81%
0	1	40	130	3	4	82.926	78.66	-5.14%
0	1	40	140	3	4	87.467	83.214	-4.86%
0	1	40	150	3	4	91.954	87.761	-4.56%
0	1	40	160	3	4	96.393	92.301	-4.25%
0	1	40	170	3	4	100.78	96.835	-3.91%
0	1	40	120	4	4	49.484	44.835	-9.39%
0	1	40	120	5	4	36.38	32.2	-11.49%
0	1	40	120	6	4	29.513	26.023	-11.83%
0	1	40	120	7	4	25.544	22.757	-10.91%

Tableau 33 - Comparaison entre les résultats de calcul par la méthode d'éléments finis et l'outil Excel « VibroCheck » - Cas du plancher à prédalles, avec deux bords opposés encastrés et deux autres bords articulés

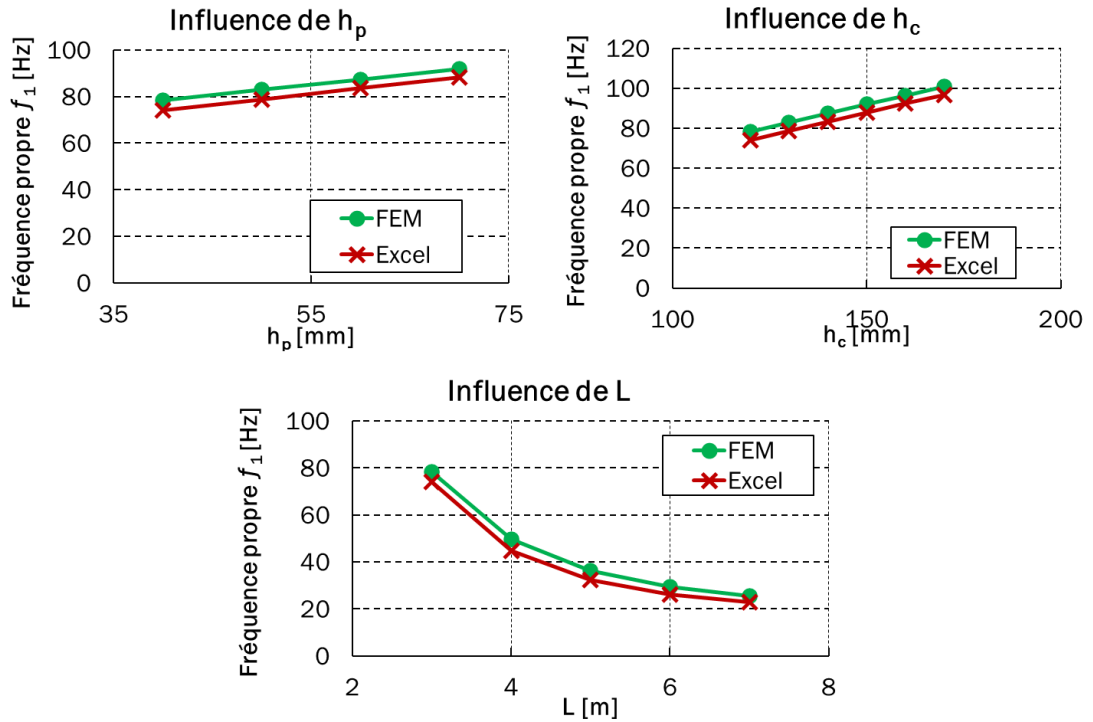
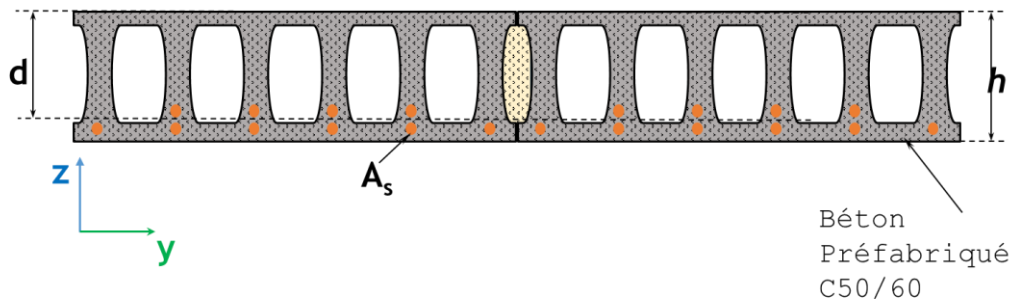


Figure 61 - Comparaison entre les résultats de calcul par la méthode d'éléments finis et l'outil Excel « VibroCheck » - Cas du plancher à prédalles, avec deux bords opposés encastrés et deux autres bords articulés

### b. Cas des planches à dalles alvéolées

La fréquence propre du plancher à dalles alvéolées dans l'outil Excel "VibroCheck" est déterminée en considérant une plaque orthotrope. Dans cette hypothèse, la rigidité flexionnelle dans la direction de la portée est équivalente à l'inertie de la section transversale (dans le plan zy), tandis que la rigidité flexionnelle dans la direction perpendiculaire à la portée (dans le plan xz) est représentée par  $\alpha_1 \times$  Inertie de la section A-A +  $\alpha_2 \times$  Inertie de la section B-B avec la contrainte que  $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ .

Trois configurations sont prises en compte pour cette comparaison : une dalle alvéolée seule avec deux bords articulés et deux bords libres, une dalle alvéolée associée à une dalle collaborante (épaisseur = 5 cm) avec deux bords articulés et deux bords libres, et enfin une dalle alvéolée avec une dalle collaborante (épaisseur = 5 cm), tous les quatre bords étant articulés. Les résultats et les caractéristiques sont présentés ci-dessous.



Hauteur	Largeur	Masse	Inertie	Aire de la Section
$h_p$ [cm]	$b_{ref}$ [m]	[daN/m]	I [cm <sup>4</sup> ]	A [cm <sup>2</sup> ]
20	1.2	252.22	57 615	1 029.47

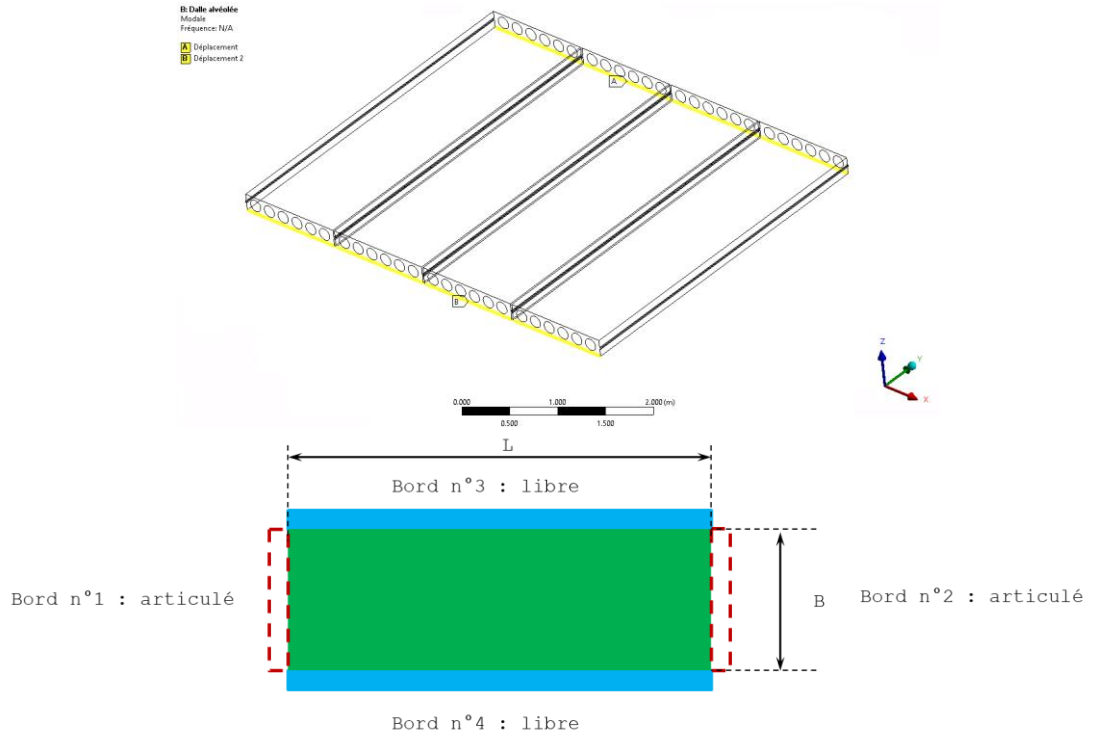


Figure 62 - Caractéristiques et géométrie de la dalle alvéolée seule et modèle de calcul du plancher à dalles alvéolées sans dalle collaborante, avec deux bords opposés articulés et deux autres bords libres

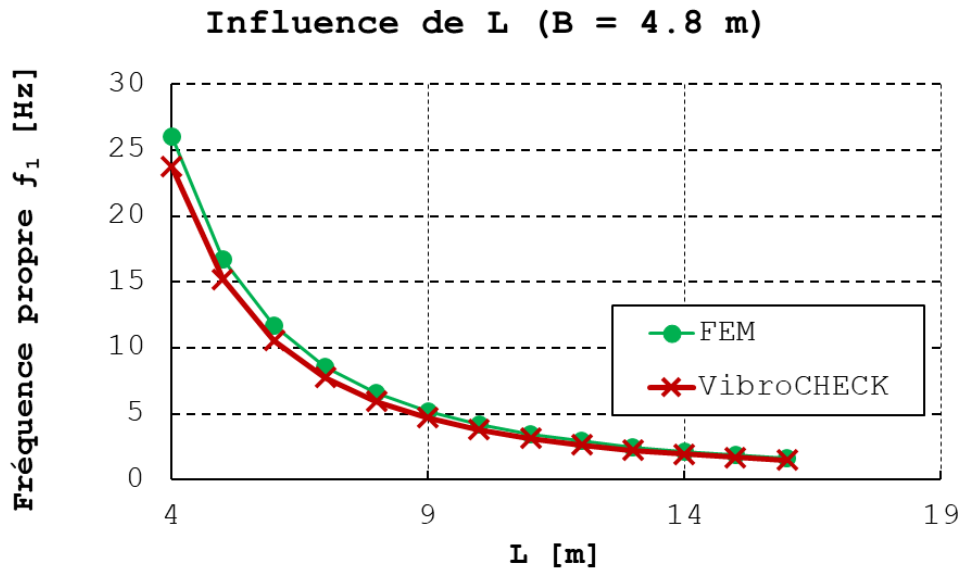


Figure 63 - Comparaison entre les résultats de calcul par la méthode d'éléments finis et l'outil Excel « VibroCheck» - Cas du plancher à dalles alvéolées sans dalle collaborante, avec deux bords opposés articulés et deux autres bords libres

Comparaison $\psi_{D_{dyn}} = 1.0, \alpha_1 = 0, \alpha_2 = 1$				
L [m]	B [m]	$f_{1,MEF}$ [Hz]	$f_{1,EXCEL}$ [Hz]	Ecart relatif [%]
4	4.8	25.978	23.727	-8.67%
5	4.8	16.722	15.186	-9.19%
6	4.8	11.647	10.546	-9.45%
7	4.8	8.5722	7.748	-9.61%
8	4.8	6.5701	5.932	-9.71%
9	4.8	5.1949	4.687	-9.78%
10	4.8	4.21	3.796	-9.83%
11	4.8	3.4806	3.138	-9.84%
12	4.8	2.9255	2.636	-9.90%
13	4.8	2.4932	2.246	-9.91%
14	4.8	2.1501	1.937	-9.91%
15	4.8	1.8732	1.687	-9.94%
16	4.8	1.6465	1.483	-9.93%

Tableau 34 - Comparaison entre les résultats de calcul par la méthode d'éléments finis et l'outil Excel « VibroCheck » - Cas du plancher à dalles alvéolées sans dalle collaborante, avec deux bords opposés articulés et deux autres bords libres

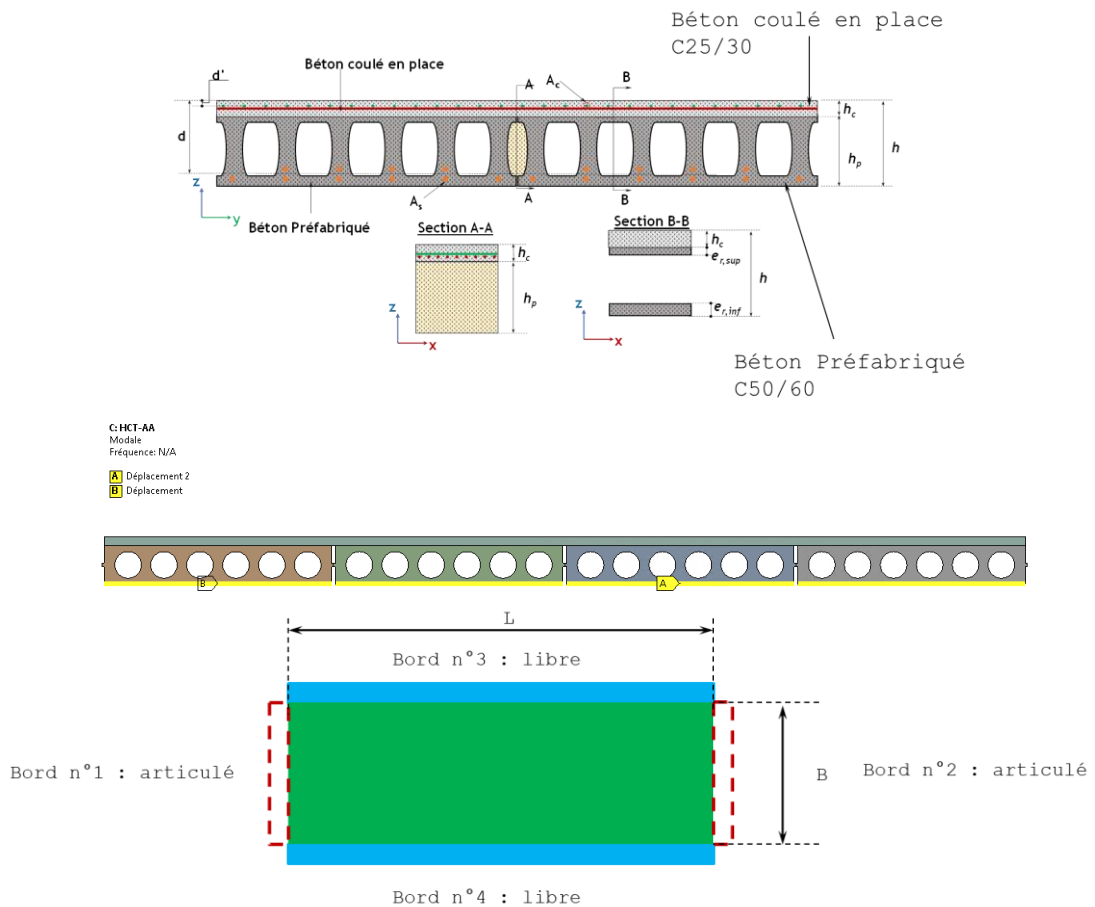


Figure 64 - Modèle de calcul, géométrie du plancher à dalles alvéolées avec une dalle collaborante de 5 cm, avec deux bords opposés articulés et deux autres bords libres

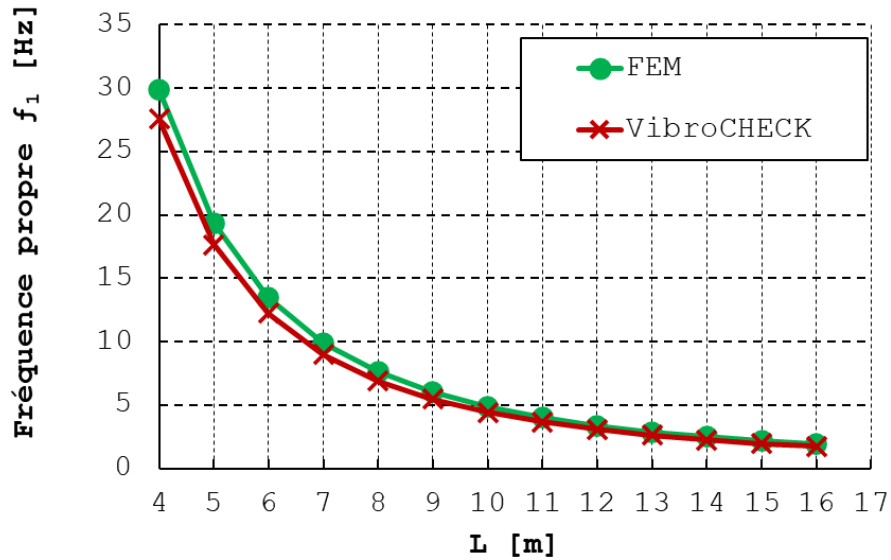
**Influence de L (B = 4.8 m)**


Figure 65 - Comparaison entre les résultats de calcul par la méthode d'éléments finis et l'outil Excel « VibroCheck»  
 - Cas du plancher à dalles alvéolées avec une dalle collaborante d'épaisseur 5 cm, avec deux bords opposés articulés et deux autres bords libres

Comparaison $\psi_{\text{Dyn}} = 1.0, \alpha_1 = 0, \alpha_2 = 1$				
L [m]	B [m]	$f_{1,\text{MEF}}$ [Hz]	$f_{1,\text{EXCEL}}$ [Hz]	Ecart relatif [%]
4	4.8	29.9	27.5552	-7.84%
5	4.8	19.303	17.634	-8.65%
6	4.8	13.462	12.246	-9.03%
7	4.8	9.9125	8.997	-9.24%
8	4.8	7.5989	6.888	-9.36%
9	4.8	6.0085	5.442	-9.43%
10	4.8	4.869	4.408	-9.47%
11	4.8	4.0251	3.643	-9.49%
12	4.8	3.3827	3.061	-9.51%
13	4.8	2.8826	2.609	-9.49%
14	4.8	2.4857	2.249	-9.52%
15	4.8	2.1654	1.959	-9.53%
16	4.8	1.9032	1.722	-9.52%

Tableau 35 - Comparaison entre les résultats de calcul par la méthode d'éléments finis et l'outil Excel « VibroCheck» - Cas du plancher à dalles alvéolées avec une dalle collaborante d'épaisseur 5 cm, avec deux bords opposés articulés et deux autres bords libres

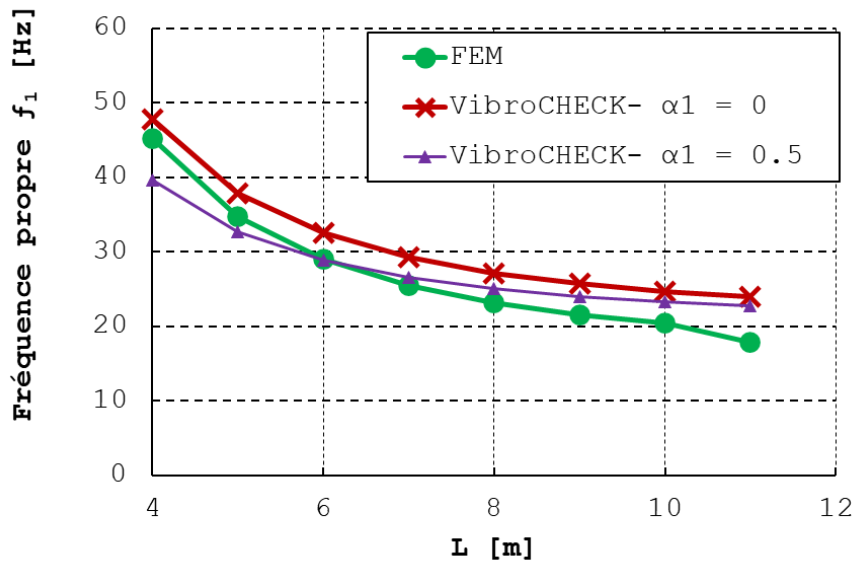
**Influence de L (B = 4.8 m)**


Figure 66 - Comparaison entre les résultats de calcul par la méthode d'éléments finis et l'outil Excel « VibroCheck» - Cas du plancher à dalles alvéolées avec une dalle collaborante d'épaisseur 5 cm, avec quatre bords articulés

		Comparaison $\psi_{Dyn} = 1.0, \alpha_1 = 0, \alpha_2 = 1$			Comparaison $\psi_{Dyn} = 1.0, \alpha_1 = 0.5, \alpha_2 = 0.5$		
L [m]	B [m]	$f_{1,MEF}$ [Hz]	$f_{1,EXCEL}$ [Hz]	Ecart relatif [%]	$f_{1,MEF}$ [Hz]	$f_{1,EXCEL}$ [Hz]	Ecart relatif [%]
4	4.8	45.149	47.815	5.90%	45.149	39.612	-12.26%
5	4.8	34.738	37.896	9.09%	34.738	32.604	-6.14%
6	4.8	28.97	32.508	12.21%	28.97	28.796	-0.60%
7	4.8	25.449	29.26	14.98%	25.449	26.501	4.13%
8	4.8	23.146	27.151	17.30%	23.146	25.011	8.06%
9	4.8	21.556	25.705	19.25%	21.556	23.989	11.29%
10	4.8	20.413	24.671	20.86%	20.413	23.258	13.94%
11	4.8	17.844	23.906	33.97%	17.844	22.718	27.31%

Tableau 36 - Comparaison entre les résultats de calcul par la méthode d'éléments finis et l'outil Excel « VibroCheck» - Cas du plancher à dalles alvéolées avec une dalle collaborante d'épaisseur 5 cm, avec quatre bords articulés

**c. Cas des planchers à poutrelles et entrevous**

La fréquence propre du plancher à poutrelles et entrevous dans l'outil Excel "VibroCheck" est calculée en supposant une plaque isotrope. Nous présentons, ci-dessous, une comparaison entre les calculs effectués par l'outil Excel « VibroCheck » et ceux réalisés par la méthode des éléments finis pour trois conditions d'appui du plancher :

- (a) : deux bords opposés articulés ;
- (b) : deux bords opposés, l'un encastré et l'autre articulé ;
- (c) : deux bords opposés encastrés.

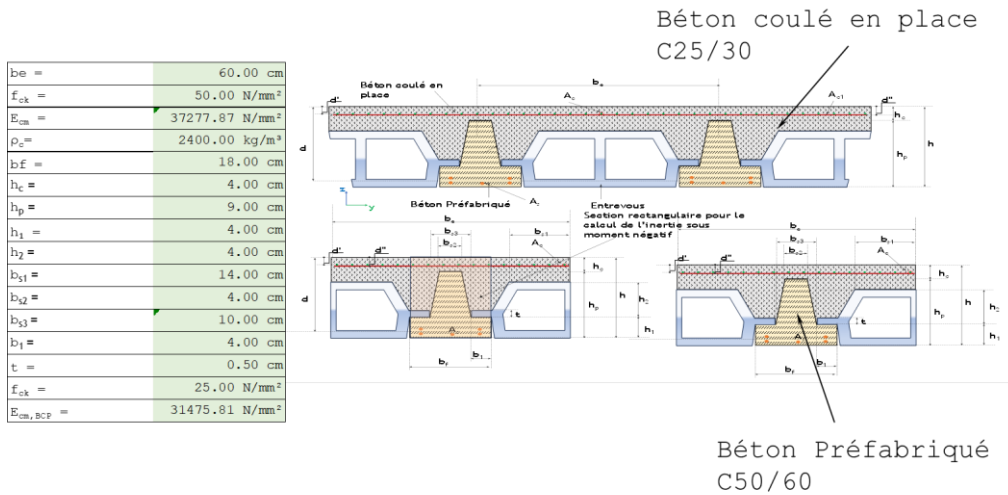


Figure 67 - Caractéristiques du plancher à poutrelles et entrevous pris en compte pour cette étude comparative.

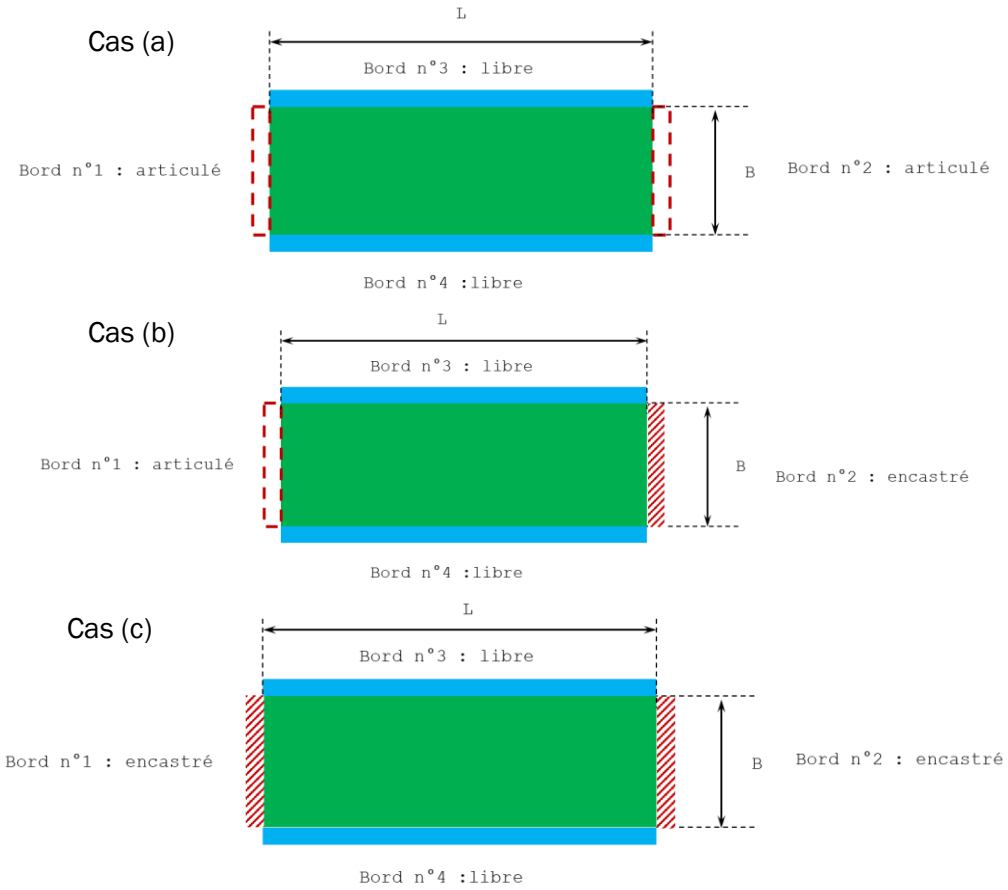
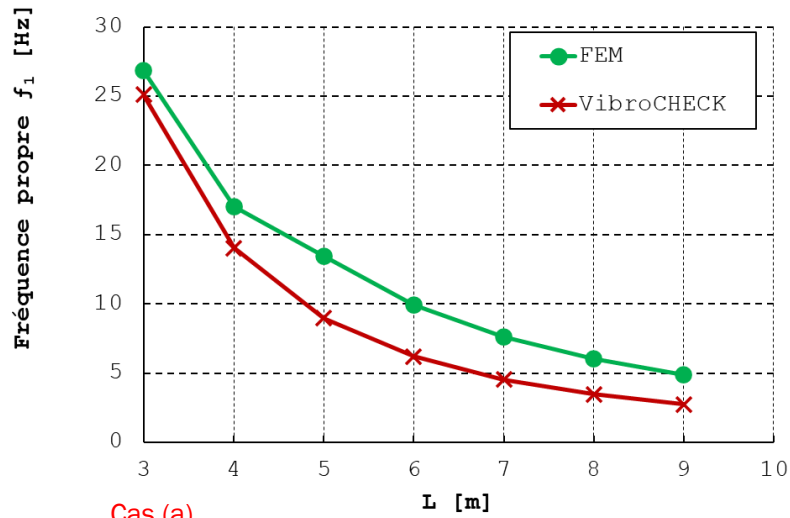
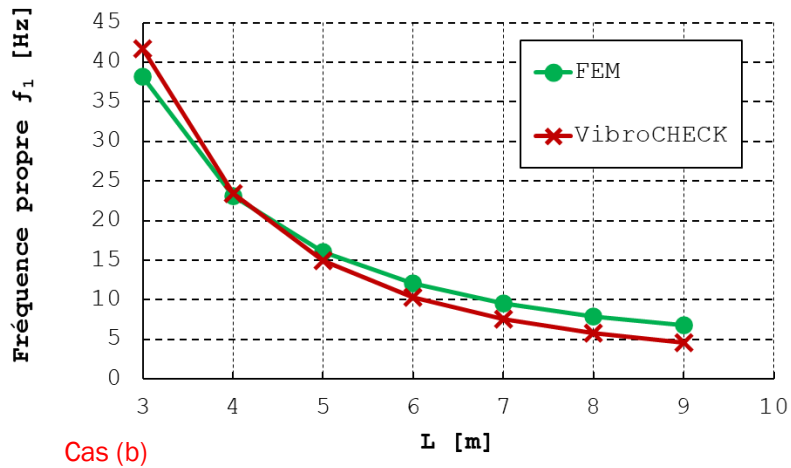


Figure 68 - Conditions d'appui appliquées aux bords du plancher à poutrelles et entrevous pour les trois cas étudiés

Influence de L (B = 3.6 m)



Influence de L (B = 3.6 m)



Influence de L (B = 3.6 m)

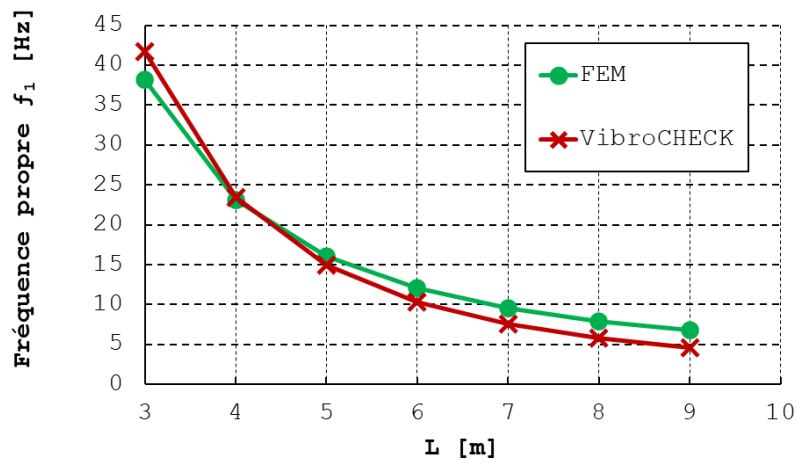


Figure 69 - Comparaison entre les résultats de calcul par la méthode d'éléments finis et l'outil Excel « VibroCheck» pour le cas du plancher à poutrelles et entrevois avec (a) : deux bords opposés articulés, (b) : deux bords opposés, l'un encastré et l'autre articulé, (c) : deux bords opposés encastrés

Comparaison $\psi_{\text{Dyn}} = 1.0$					
Cas (a) : deux bords opposés articulés					
CL	L [m]	B [m]	$f_{1,\text{MEF}}[\text{Hz}]$	$f_{1,\text{EXCEL}} [\text{Hz}]$	Ecart relatif [%]
AA	3	3.6	26.826	25.095	-6.45%
AA	4	3.6	17.011	14.043	-17.45%
AA	5	3.6	13.462	8.95	-33.52%
AA	6	3.6	9.9125	6.197	-37.48%
AA	7	3.6	7.5989	4.543	-40.22%
AA	8	3.6	6.0085	3.471	-42.23%
AA	9	3.6	4.869	2.736	-43.81%
Cas (b) : encastré - articulé					
CL	L [m]	B [m]	$f_{1,\text{MEF}}[\text{Hz}]$	$f_{1,\text{EXCEL}} [\text{Hz}]$	Ecart relatif [%]
FA	3	3.6	38.183	41.707	9.23%
FA	4	3.6	23.143	23.398	1.10%
FA	5	3.6	16.014	14.937	-6.73%
FA	6	3.6	12.043	10.352	-14.04%
FA	7	3.6	9.5787	7.593	-20.73%
FA	8	3.6	7.9266	5.804	-26.78%
FA	9	3.6	6.8205	4.578	-32.88%
Cas (b) : deux bords opposés encastrés					
CL	L [m]	B [m]	$f_{1,\text{MEF}}[\text{Hz}]$	$f_{1,\text{EXCEL}} [\text{Hz}]$	Ecart relatif [%]
FF	3	3.6	52.377	60.703	15.90%
FF	4	3.6	30.971	34.094	10.08%
FF	5	3.6	20.856	21.788	4.47%
FF	6	3.6	15.275	15.112	-1.07%
FF	7	3.6	11.858	11.092	-6.46%
FF	8	3.6	9.603	8.484	-11.65%
FF	9	3.6	8.0895	6.696	-17.23%

Tableau 37 - Comparaison entre les résultats de calcul par la méthode d'éléments finis et l'outil Excel « VibroCheck » pour le cas du plancher à poutrelles et entrevous avec (a) : deux bords opposés articulés, (b) : deux bords opposés, l'un encastré et l'autre articulé, (c) : deux bords opposés encastrés

#### d. Cas des dalles bidirectionnelles nervurées

La fréquence propre des dalles nervurées 'bidirectionnelles' (dalle gauffrée par exemple) dans l'outil Excel "VibroCheck" est calculée en supposant une plaque orthotrope. Ci-dessous, nous présentons une comparaison entre les calculs effectués par l'outil Excel « VibroCheck » et ceux réalisés par la méthode des éléments finis pour une dalle appuyée simplement sur ses 4 bords.

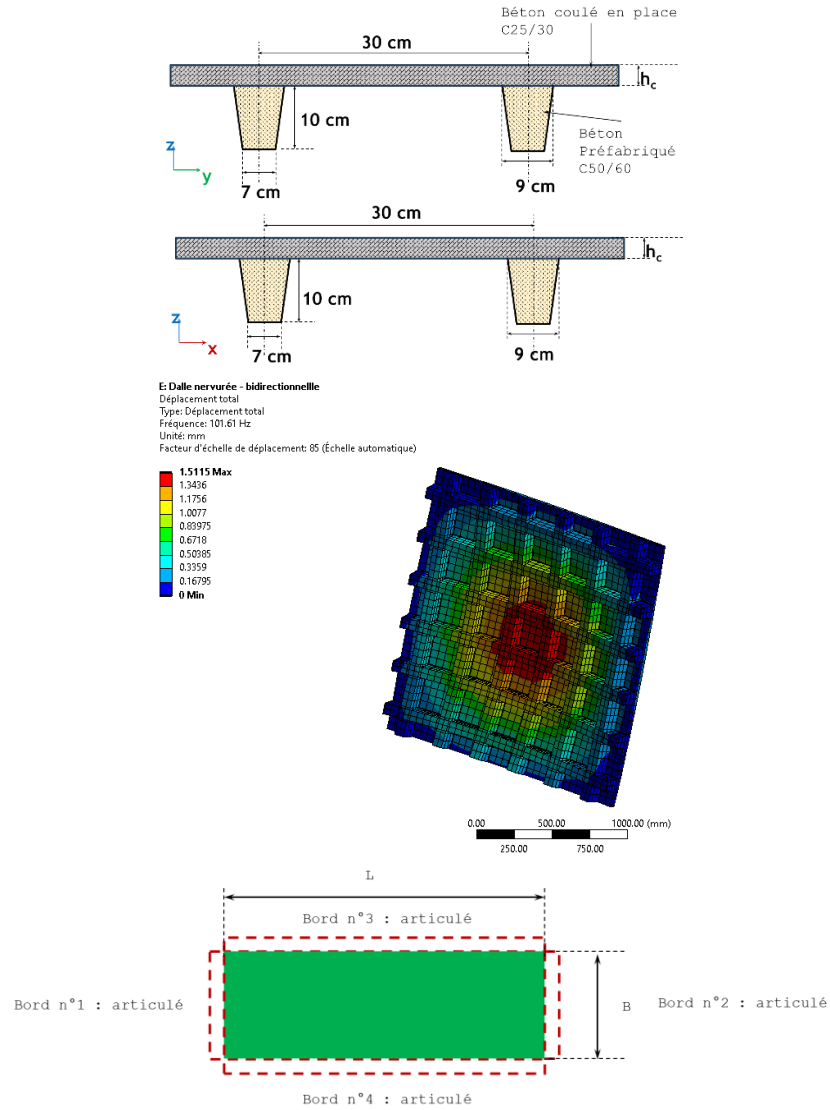


Figure 70 - Caractéristique et conditions d'appuis appliqués sur la dalle nervurée

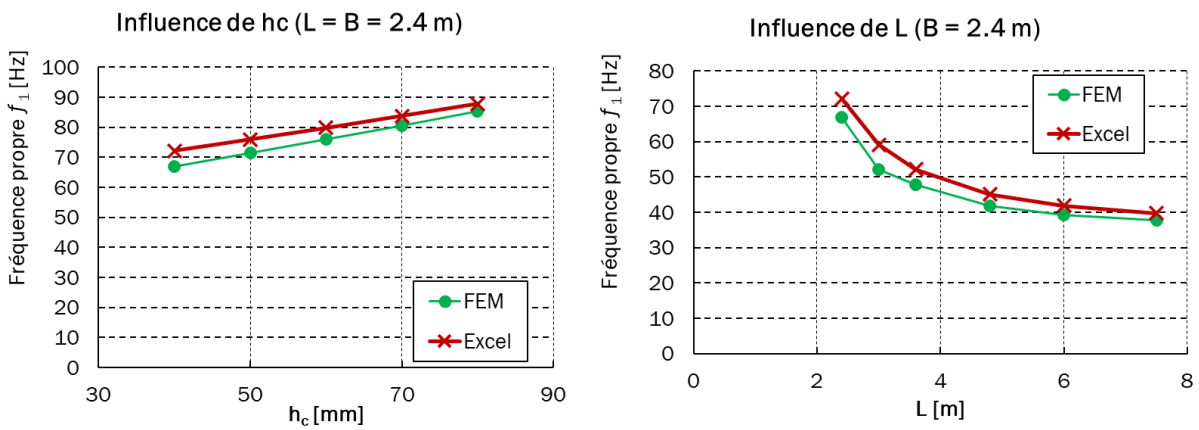


Figure 71 - Comparaison entre les résultats de calcul par la méthode d'éléments finis et l'outil Excel « VibroCheck » pour le cas des dalles nervurées bidirectionnelles

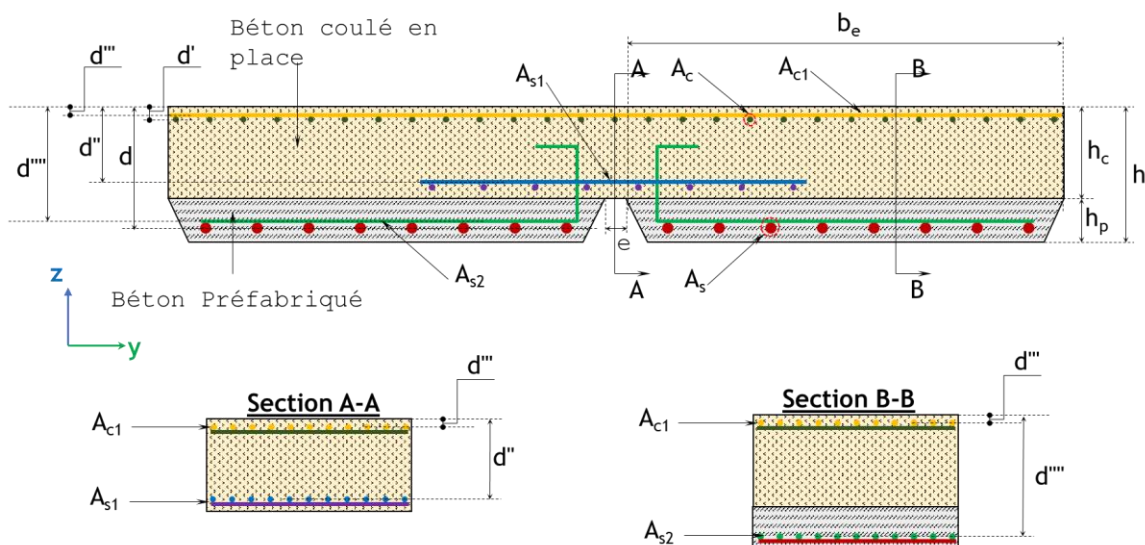
			Comparaison $\gamma_{\text{Dyn}} = 1.0$		
$h_c$ [mm]	L [m]	B [m]	$f_{1,\text{MEF}}$ [Hz]	$f_{1,\text{EXCEL}}$ [Hz]	Ecart relatif [%]
40	2.4	2.4	66.86	72.15	7.91%
50	2.4	2.4	71.408	76	6.43%
60	2.4	2.4	76.023	79.84	5.02%
70	2.4	2.4	80.673	83.77	3.84%
80	2.4	2.4	85.365	87.81	2.86%
40	3	2.4	52.204	59.16	13.32%
40	3.6	2.4	47.727	52.11	9.18%
40	4.8	2.4	41.781	45.09	7.92%
40	6	2.4	39.298	41.84	6.47%
40	7.5	2.4	37.77	39.77	5.30%
40	4.8	4.8	17.994	18.04	0.26%
40	6	6	11.755	11.54	-1.83%
40	7.5	7.5	7.6692	7.39	-3.64%

Tableau 38 - Comparaison entre les résultats de calcul par la méthode d'éléments finis et l'outil Excel « VibroCheck» pour le cas des dalles nervurées bidirectionnelles

## Annexe 3. Abaques pour les cas des planchers à prédalles

Cette annexe illustre l'influence des conditions d'appuis et des dimensions géométriques des dalles à prédalles sur la valeur de la fréquence propre fondamentale. Les résultats présentés dans cette annexe sont calculés sous les hypothèses suivantes :

- 1- Largeur de la prédalle,  $b_e = 60$  cm ;
- 2- Classe du béton préfabriqué : C40/50 ;
- 3- Classe du béton coulé en place : C25/30 ;
- 4- Masse volumique du béton :  $2350$  kg/m<sup>3</sup> ;
- 5- Amplification dynamique du module d'élasticité du béton :  $\psi_{dyn} = 1.0$  ;
- 6- Etat du béton : non fissurée ;
- 7- Masse du plancher : poids propre de la prédalle + poids propre de la couche coulée en place =  $2350 \times (h_c + h_p)$  [kg/m<sup>2</sup>] ;
- 8- Sections d'armatures : non prises en compte dans le calcul de l'inertie ;
- 9- Pour les cas étudiés concernant l'influence de l'épaisseur de la prédalle  $h_p$  et de la couche de béton coulée en place  $h_c$ , les dimensions dans le plan du plancher sont maintenues constantes à  $B = 6$  m et  $L = 6$  m ;
- 10- Le plancher est traité comme une plaque orthotrope, avec une inertie dans la direction perpendiculaire à la portée équivalente à  $\alpha_1 \times$  inertie de la section A-A +  $\alpha_2 \times$  inertie de la section B-B. Pour tous les cas étudiés ici,  $\alpha_1 = 0.2$  et  $\alpha_2 = 0.8$ .



Les conditions aux limites appliquées sur les quatre bords du plancher sont indiquées sur chaque figure : A désigne un bord articulé, L représente un bord libre et F indique un bord encastré.

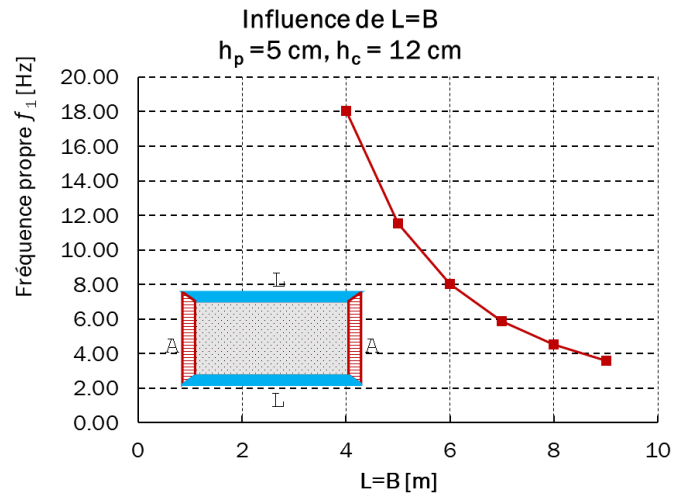
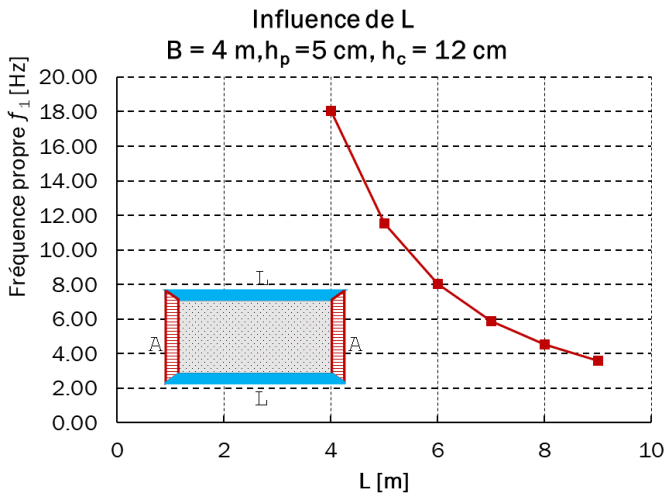
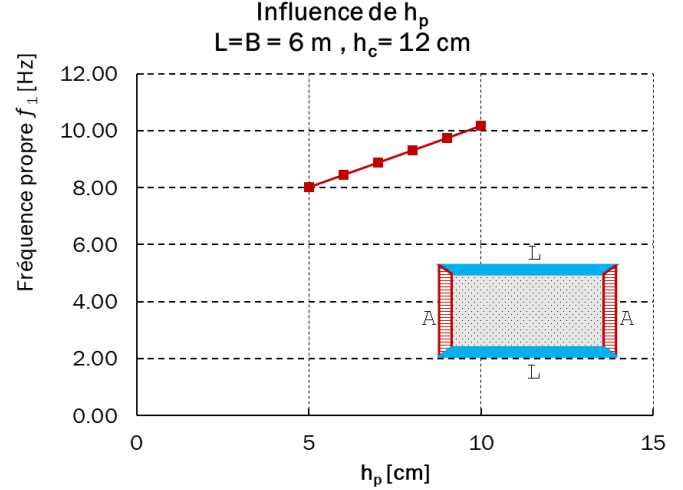
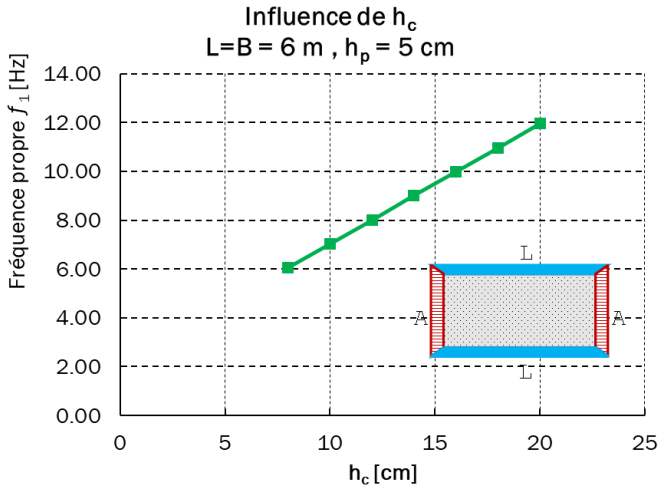
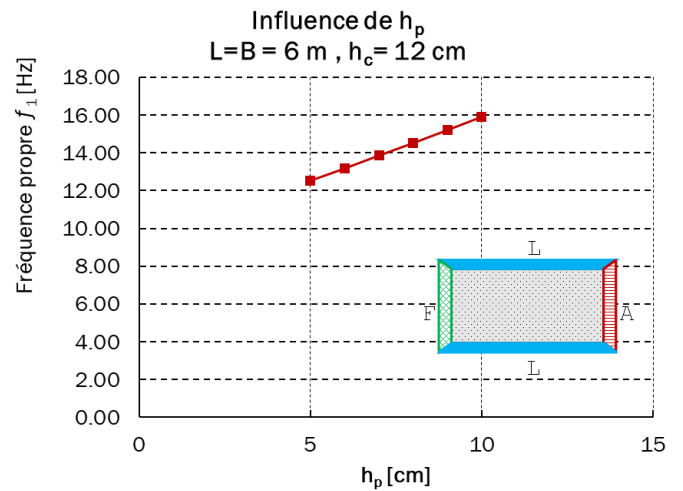
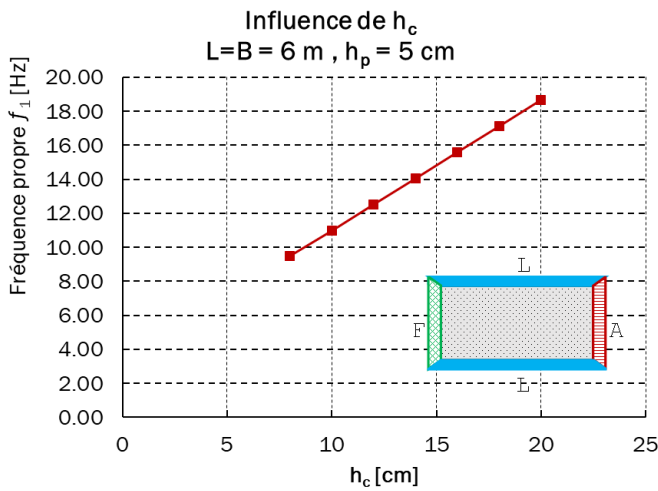


Figure 72 - Fréquences propres fondamentales des planchers à prédalles, avec deux bords opposés articulés et les deux autres bords libres



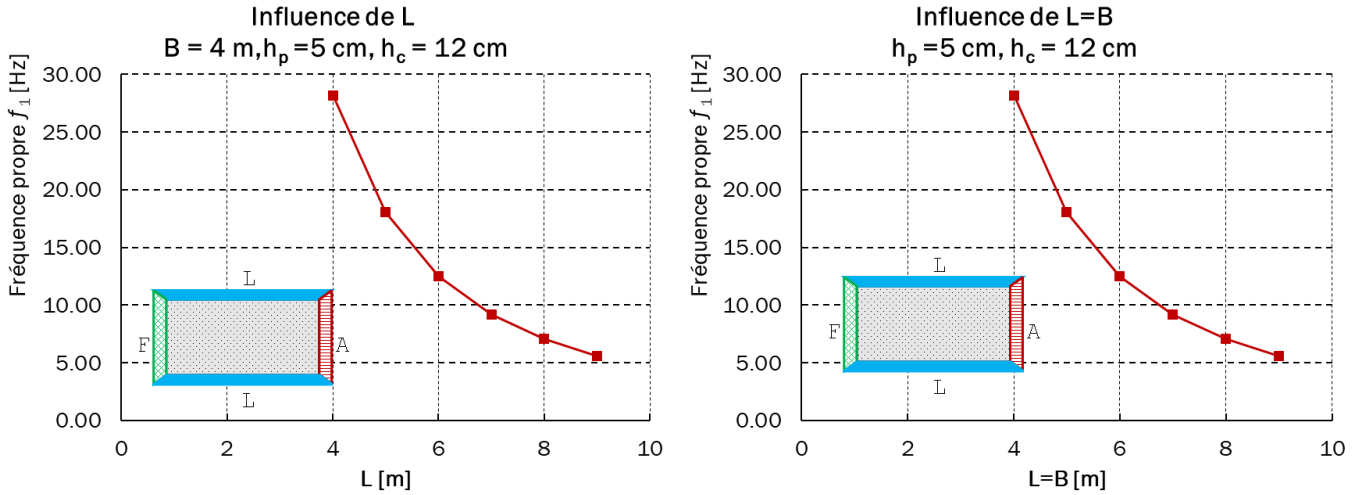


Figure 73 - Fréquences propres fondamentales des planchers à prédalles, avec un bord encasturé, un bord opposé articulé, et les deux autres libres

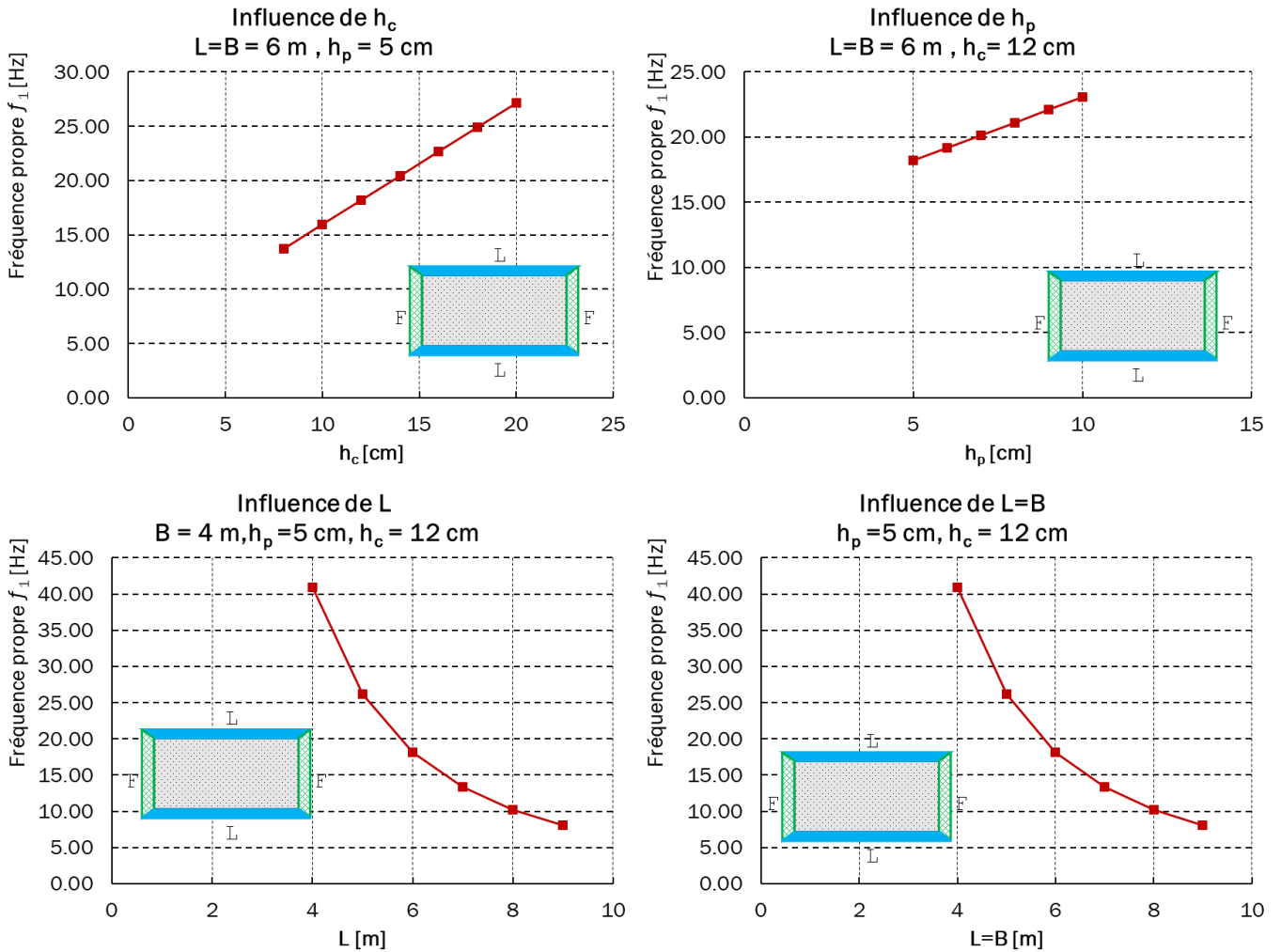


Figure 74 - Fréquences propres fondamentales des planchers à prédalles, avec deux bords opposés encasturés et les deux autres bords libres

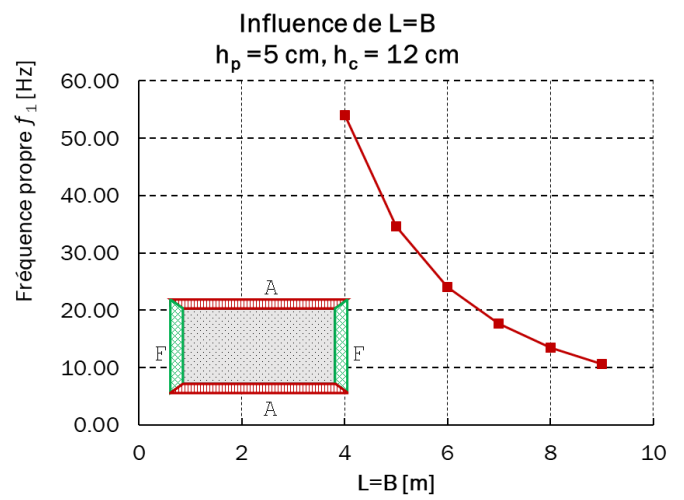
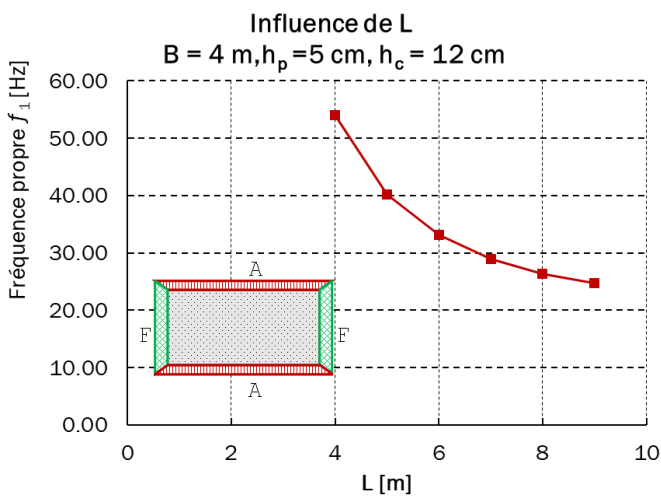
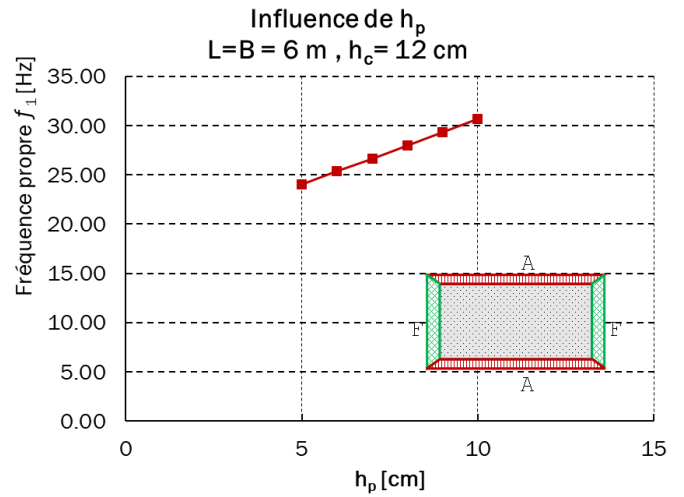
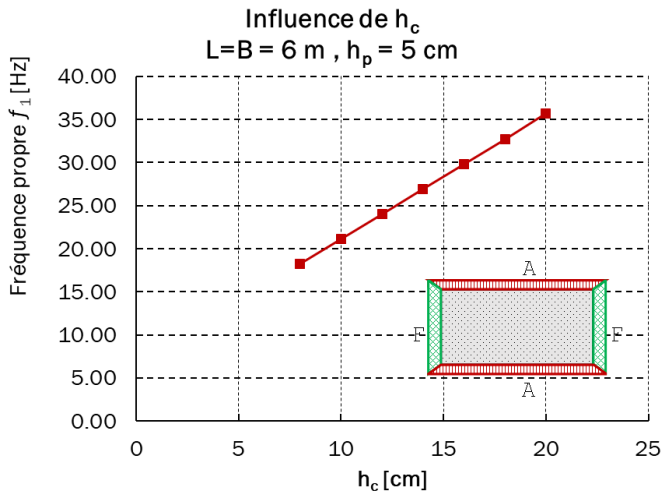
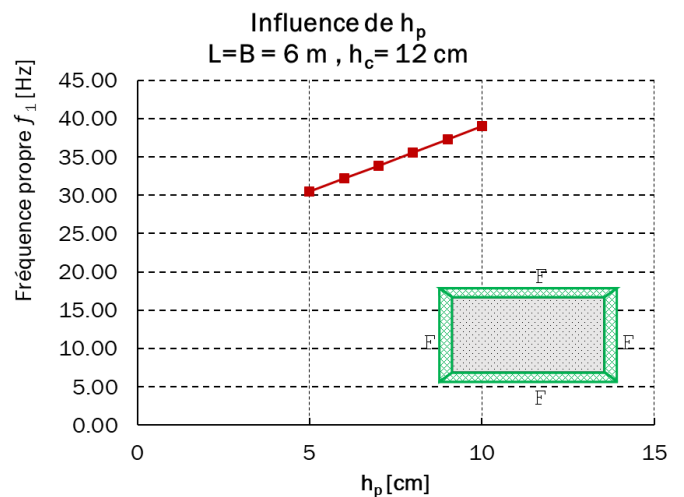
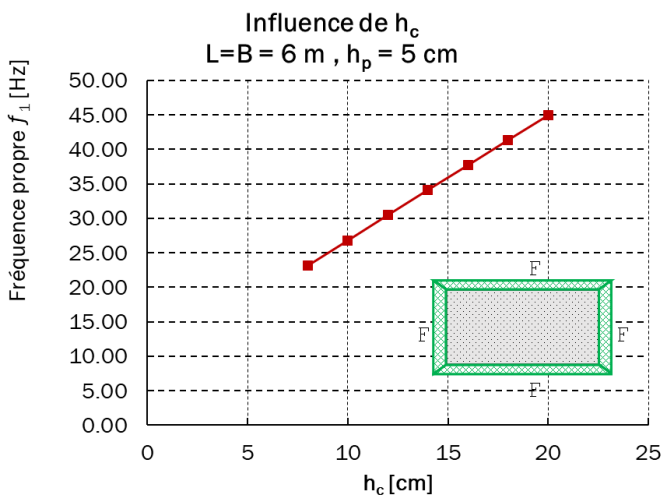


Figure 75 - Fréquences propres fondamentales des planchers à prédalles, avec deux bords opposés encastrés et les deux autres bords articulés



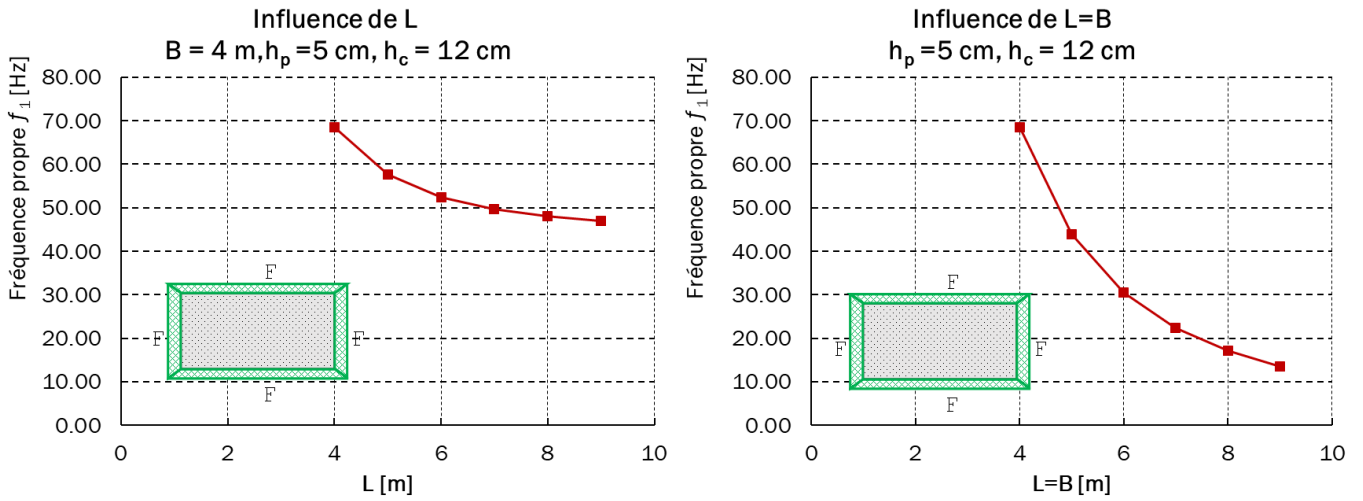


Figure 76 - Fréquences propres fondamentales des planchers à prédalles, avec quatre bords encastrés

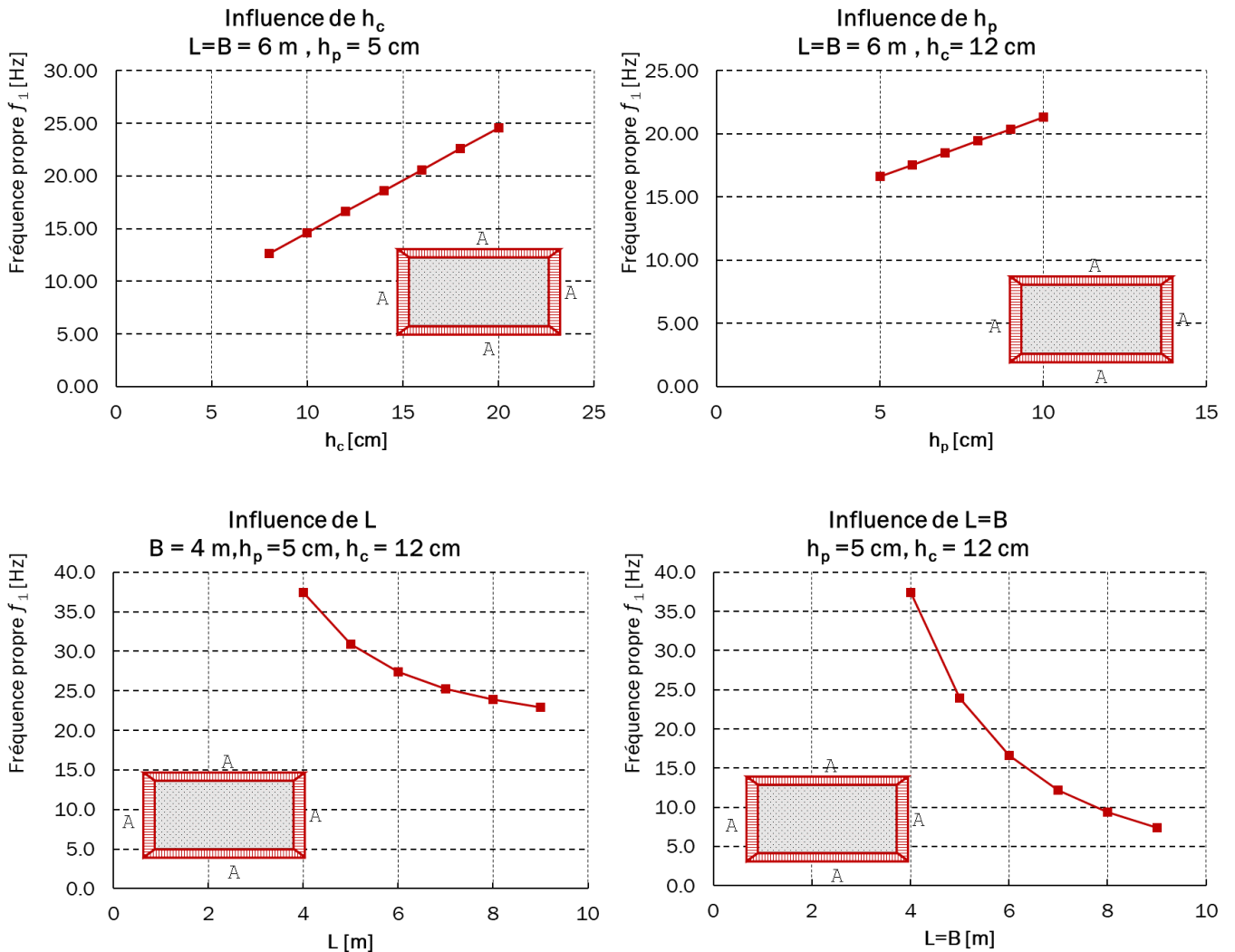


Figure 77 - Fréquences propres fondamentales des planchers à prédalles, avec quatre bords articulés

# Index des figures

Figure 1 - Tableau A.3 de la norme ISO 10137 .....	9
Figure 2 - Exemple de sollicitation harmonique induite par un seul participant d'un poids = 75 kg .....	10
Figure 3 - Exemple d'un chargement périodique avec une période $T = 2$ s .....	10
Figure 4 - Exemple d'une charge impulsive .....	11
Figure 5 - Tableau A.5 de la norme ISO 10137 .....	11
Figure 6 - Exemple d'une charge dynamique transitoire .....	12
Figure 7 : Système non amorti à 1 DDL (degré de liberté) .....	12
Figure 8 - Forces appliquées sur la masse $m$ .....	12
Figure 9 - Système amorti à 1 DDL (degré de liberté) – Masse-ressort avec amortisseur visqueux .....	14
Figure 10 - Réponse d'un système amorti avec $\xi > 1$ .....	15
Figure 11 - Réponse d'un système amorti avec $\xi = 1$ .....	16
Figure 12 - Réponse d'un système amorti avec $\xi < 1$ .....	16
Figure 13 - Taux d'amortissement modal dans les cas de bureaux recommandés dans (M. Hewitt & M. Murray, 2044) .....	17
Figure 14 - Taux d'amortissement modal recommandés dans le guide n° 11 de l'AISC (AISC (American Institute of Steel Construction), 2016) .....	18
Figure 15 - Taux d'amortissement modal pour les différents types de planchers selon la norme ISO 10137 (ISO 10137, 2007) .....	18
Figure 16 - Système amorti à 1 DDL excitée par une force harmonique $F\cos(vt)$ .....	19
Figure 17 - Réponse combiné d'un système soumis à un Vibration forcée .....	20
Figure 18 - Diagramme vectoriel des forces appliquées sur la masse d'un système soumis à une force harmonique $F\cos(vt)$ .....	20
Figure 19 - Variation fréquentielle du coefficient d'amplification dynamique dans le cas d'une excitation par force harmonique imposée .....	21
Figure 20 - Variation fréquentielle du déphasage .....	22
Figure 21 - Valeurs et ratios recommandés pour $a$ et $b$ (figure 7.2 de la norme NF EN 1995-1-1 (NF EN 1995-1-1, 2005)) .....	25
Figure 22 - Vibrations continues ou assimilées .....	27
Figure 23 - Vibrations impulsionnelles à impulsions répétées .....	27
Figure 24 - Courbe d'acceptabilité de base de la norme ISO 10137 (ISO 10137, 2007) selon l'axe $z$ .....	30
Figure 25 - Fréquence critique dans les structures soumises aux vibrations causées par l'action de marche (tableau 7.6-7 du Model Code 2010 (MC2010, 2010)) .....	32
Figure 26 - Limites de tolérance recommandées par le guide AISC (AISC (American Institute of Steel Construction), 2016) pour le confort humain .....	35
Figure 27 - Configurations de planchers acceptables pour une évaluation par la méthode approximative du guide CCIP-016 (figure 4.8 du guide CCIP-016 (CCIP 016, 2006)) .....	43
Figure 28 - Multiplicateurs $k_f$ de la fréquence propre fondamentale pour les planchers solides pleins et les planchers nervurés (figure 4.9a du guide CCIP-016 (CCIP 016, 2006)) .....	44
Figure 29 - Multiplicateurs $k_f$ de la fréquence propre fondamentale pour les planchers composites (figure 4.9b du guide CCIP-016 (CCIP 016, 2006)) .....	45
Figure 30 - Facteurs de masse modale $k_{mm}$ pour une trame avec une trame parallèle adjacente (figure 4.10a du guide CCIP-016 (CCIP 016, 2006)) .....	45
Figure 31 - Multiplicateurs $k_{fm}$ de la fréquence propre fondamentale pour une trame avec une trame parallèle adjacente (figure 4.10b du guide CCIP-016 (CCIP 016, 2006)) .....	46
Figure 32 - Multiplicateurs $k_{rm}$ de réponse résonante pour les planchers solides pleins et les planchers nervurés (figure 4.12a du guide CCIP-016 (CCIP 016, 2006)) .....	47
Figure 33 - Multiplicateurs $k_{rm}$ de réponse résonante pour les planchers composites (figure 4.11b du guide CCIP-016 (CCIP 016, 2006)) .....	48

Figure 34 - Multiplicateurs $k_{im}$ de réponse impulsive pour les planchers solides pleins et les planchers nervurés (figure 4.12a du guide CCIP-016 (CCIP 016, 2006)).....	49
Figure 35 - Multiplicateurs $k_{im}$ de réponse impulsive pour les planchers composites (figure 4.12b du guide CCIP-016 (CCIP 016, 2006)).....	49
Figure 36 - Définition de OS-RMS90 .....	50
Figure 37 - Graphique pour la détermination de la valeur de OS-RMS90 pour un taux d'amortissement modal $\xi = 2\%$ .....	51
Figure 38 - Module tangent initial du béton.....	54
Figure 39 - Orientation des axes et numéros des bords pour un élément plaque rectangulaire .....	65
Figure 40 - Equations pour le calcul des propriétés modales d'une poutre uniforme sur des appuis simples (CCIP 016, 2006).....	69
Figure 41 - Géométrie d'une dalle nervurée avec les notations.....	71
Figure 42 - Dimensions et orientation des axes pour le plancher orthotrope .....	74
Figure 43 - Exemple de la décomposition des modes de vibration selon l'approche Dunkerley .....	74
Figure 44 - Déformées modales typiques des systèmes de planchers composites acier-béton.....	78
Figure 45 - Plancher à poutrelles.....	82
Figure 46 - Section transversale de la poutre étudiée .....	85
Figure 47 - Charge de marche d'une personne de poids de 750 N et de vitesse $vp = 1.0 m/s$ .....	87
Figure 48 - Section transformée homogénéisée de la poutre en T (a) section initiale, (b) section homogénéisée non fissurée, (c) section homogénéisée fissurée .....	87
Figure 49 - Poutre de Bernoulli isostatique homogène soumise à une masse uniforme $m$ .....	90
Figure 50 - Poutre de Bernoulli sur des appuis simples soumise à une charge mobile $Q$ .....	92
Figure 51 - Réponse vibratoire en déplacement pour $x = L/2$ de la poutre étudiée .....	95
Figure 52 - Réponse vibratoire en accélération pour $x = L/2$ de la poutre étudiée .....	96
Figure 53 - Courbe d'acceptabilité ISO et évaluation du critère d'acceptabilité de la poutre étudiée.....	98
Figure 54 - L'accélération pic du plancher en fonction de la fréquence de la 1 <sup>ère</sup> harmonique de l'excitation rythmique .....	101
Figure 55 - L'accélération pic du plancher à dalles alvéolées en fonction de la fréquence de la 1 <sup>ère</sup> harmonique de l'excitation rythmique de la danse .....	106
Figure 56 - Schéma de la géométrie du plancher à prédalles avec les spécifications concernant les classes de béton et les conditions d'appuis des bords .....	115
Figure 57 - Modèle numérique par éléments finis utilisé pour le calcul de la fréquence propre du plancher à prédalles, avec deux bords opposés articulés et deux autres bords libres .....	116
Figure 58 - Comparaison entre les résultats de calcul par la méthode d'éléments finis et l'outil Excel « VibroCheck » - Cas du plancher à prédalles, avec deux bords opposés articulés et deux autres bords libres .....	117
Figure 59 - Valeurs de $\alpha_1$ et $\alpha_2$ proposées pour minimiser les écarts entre les valeurs de la fréquence propre estimée par l'outil VibroCheck et l'analyse d'éléments finis – Cas du plancher à prédalles, avec deux bords opposés articulés et deux autres bords libres.....	117
Figure 60 - Modèle numérique par éléments finis utilisé pour le calcul de la fréquence propre du plancher à prédalles, avec deux bords opposés encastrés et deux autres bords articulés .....	118
Figure 61 - Comparaison entre les résultats de calcul par la méthode d'éléments finis et l'outil Excel « VibroCheck » - Cas du plancher à prédalles, avec deux bords opposés encastrés et deux autres bords articulés.....	119
Figure 62 - Caractéristiques et géométrie de la dalle alvéolée seule et modèle de calcul du plancher à dalles alvéolées sans dalle collaborante, avec deux bords opposés articulés et deux autres bords libres .....	120
Figure 63 - Comparaison entre les résultats de calcul par la méthode d'éléments finis et l'outil Excel « VibroCheck » - Cas du plancher à dalles alvéolées sans dalle collaborante, avec deux bords opposés articulés et deux autres bords libres .....	120
Figure 64 - Modèle de calcul, géométrie du plancher à dalles alvéolées avec une dalle collaborante de 5 cm, avec deux bords opposés articulés et deux autres bords libres.....	121
Figure 65 - Comparaison entre les résultats de calcul par la méthode d'éléments finis et l'outil Excel « VibroCheck » - Cas du plancher à dalles alvéolées avec une dalle collaborante d'épaisseur 5 cm, avec deux bords opposés articulés et deux autres bords libres.....	122

Figure 66 - Comparaison entre les résultats de calcul par la méthode d'éléments finis et l'outil Excel « VibroCheck » - Cas du plancher à dalles alvéolées avec une dalle collaborante d'épaisseur 5 cm, avec quatre bords articulés .....	123
Figure 67 - Caractéristiques du plancher à poutrelles et entrevous pris en compte pour cette étude comparative. ....	124
Figure 68 - Conditions d'appui appliquées aux bords du plancher à poutrelles et entrevous pour les trois cas étudiés.....	124
Figure 69 - Comparaison entre les résultats de calcul par la méthode d'éléments finis et l'outil Excel « VibroCheck » pour le cas du plancher à poutrelles et entrevous avec (a) : deux bords opposés articulés, (b) : deux bords opposés, l'un encastré et l'autre articulé, (c) : deux bords opposés encastrés.....	125
Figure 70 - Caractéristique et conditions d'appuis appliqués sur la dalle nervurée .....	127
Figure 71 - Comparaison entre les résultats de calcul par la méthode d'éléments finis et l'outil Excel « VibroCheck » pour le cas des dalles nervurées bidirectionnelles .....	127
Figure 72 - Fréquences propres fondamentales des planchers à prédalles, avec deux bords opposés articulés et les deux autres bords libres .....	130
Figure 73 - Fréquences propres fondamentales des planchers à prédalles, avec un bord encastré, un bord opposé articulé, et les deux autres libres .....	131
Figure 74 - Fréquences propres fondamentales des planchers à prédalles, avec deux bords opposés encastrés et les deux autres bords libres .....	131
Figure 75 - Fréquences propres fondamentales des planchers à prédalles, avec deux bords opposés encastrés et les deux autres bords articulés .....	132
Figure 76 - Fréquences propres fondamentales des planchers à prédalles, avec quatre bords encastrés.....	133
Figure 77 - Fréquences propres fondamentales des planchers à prédalles, avec quatre bords articulés.....	133

# Index des tableaux

Tableau 1 - Accélération RMS de différentes formes des ondes.....	24
Tableau 2 - Valeurs seuils de l'accélération et niveau de confort correspondant (annexe C de ISO 2631-1 (ISO 2631-1, 1997)).....	29
Tableau 3 - Valeurs limites du coefficient de réponse R (tableau C.1 de l'annexe C de ISO 10137 (ISO 10137, 2007)).....	30
Tableau 4 - Valeurs limites de VDV ( $m/s^{1.75}$ ) (tableau C.2 de l'annexe C de ISO 10137 (ISO 10137, 2007)).....	31
Tableau 5 - Valeurs limites de $VDV_{b/d,day/night}$ ( $m/s^{1.75}$ ) (tableau 1 de la norme BS 6472-1 (BS 6472-1, 2008)) .....	31
Tableau 6 - Valeurs tolérables de l'accélération maximale selon la norme ASCE/SEI 7-16 .....	32
Tableau 7 - Fréquences de sollicitations associées à la marche et coefficients dynamiques (tableau 2-1 du guide n° 11 de l'AISC (AISC (American Institute of Steel Construction), 2016)).....	33
Tableau 8 - Correspondance entre le numéro de l'harmonique et la fréquence propre fondamentale du plancher (tableau 2-2 du guide n° 11 de l'AISC (AISC (American Institute of Steel Construction), 2016)) .....	36
Tableau 9 - Fréquences de sollicitations rythmiques et coefficients dynamiques (tableau 2-4 et tableau 5-2 du guide n° 11 de l'AISC (AISC (American Institute of Steel Construction), 2016)) .....	37
Tableau 10 - Limites d'accélération tolérables recommandées pour les activités rythmiques dans les bâtiments (Tableau 5-1 du guide AISC (AISC (American Institute of Steel Construction), 2016)).....	38
Tableau 11 - Paramètres de la charge équivalente de la marche (tableau 3.1 du guide SCI P354 (SCI Publication P354, 2009)).....	39
Tableau 12 - Paramètres des charges équivalentes pour les activités rythmiques (tableau 3.3 du guide SCI P354 (SCI Publication P354, 2009)).....	40
Tableau 13 - Paramètres de la charge équivalente de la marche (tableau 4.3 du guide CCIP-016 (CCIP 016, 2006)) .....	47
Tableau 14 - Taux d'amortissement modal .....	52
Tableau 15 - Classification des planchers et recommandations en fonction de leur utilisation.....	53
Tableau 16 - Module d'élasticité dynamique du béton pour l'analyse vibratoire.....	55
Tableau 17 - Hypothèses prises dans différentes références issues de la littérature sur l'état du béton pour l'analyse vibratoire.....	56
Tableau 18 - Valeurs des charges d'exploitation recommandées pour l'analyse vibratoire des planchers .....	58
Tableau 19 - Raideur K du ressort pour un système à 1 DDL équivalent d'une poutre .....	59
Tableau 20 - Fréquences propres et déformées modales associées pour les poutres simples uniformes et homogènes (Blevins, 1979).....	60
Tableau 21 - Fréquences propres pour les poutres continues reposant sur plusieurs appuis simples ayant des sections transversales constantes, des portées égales et une masse uniformément répartie sur toutes les travées (Blevins, 1979) .....	64
Tableau 22 - Valeurs de $\lambda_{ij}^2$ pour le calcul des fréquences propres des éléments plaques rectangulaires isotropes (les valeurs indiquées dans ce tableau sont indépendantes de la valeur du coefficient de Poisson) .....	67
Tableau 23 - Valeurs approximatives des paramètres non-dimensionnels pour le calcul des fréquences propres des plaques rectangulaires orthotropes.....	68
Tableau 24 - Valeurs de $K_i$ pour les poutres uniformes avec des conditions d'appui autre que appuis simples (CCIP 016, 2006).....	69
Tableau 25 - Coefficients $\alpha$ et $\beta$ pour le calcul de la fréquence propre fondamentale et la masse modale associée pour une plaque rectangulaire isotrope et uniforme (Feldmann, et al., 2009) .....	72
Tableau 26 - Relations pour le calcul de la fréquence propre et de la masse modale fondamentale des poutres (Feldmann, et al., 2009).....	73
Tableau 27 - Relations pour le calcul de la flèche des poutres principales et secondaires- guide SCI P354 (SCI Publication P354, 2009) .....	79
Tableau 28 - Relations pour le calcul de $Leff$ et $S$ selon le guide SCI P354 (SCI Publication P354, 2009).....	82

Tableau 29 - Accélération pics du plancher considéré sous les sollicitations rythmiques de l'activité aérobique .....	100
Tableau 30 - Accélération pics du plancher à dalles alvéolées sous les sollicitations rythmiques de la danse.....	106
Tableau 31 - Valeurs de $\lambda_{ij}^2$ pour le calcul des fréquences propres des éléments plaques rectangulaires isotropes avec au moins un bord libre (les valeurs indiquées dans ce tableau sont valables pour un coefficient de Poisson $\nu = 0.3$ ) (Blevins, 1979).....	114
Tableau 32 - Comparaison entre les résultats de calcul par la méthode d'éléments finis et l'outil Excel « VibroCheck»- Cas du plancher à prédalles , avec deux bords opposés articulés et deux autres bords libres .....	116
Tableau 33 - Comparaison entre les résultats de calcul par la méthode d'éléments finis et l'outil Excel « VibroCheck» - Cas du plancher à prédalles, avec deux bords opposés encastrés et deux autres bords articulés.....	118
Tableau 34 - Comparaison entre les résultats de calcul par la méthode d'éléments finis et l'outil Excel « VibroCheck» - Cas du plancher à dalles alvéolées sans dalle collaborante, avec deux bords opposés articulés et deux autres bords libres .....	121
Tableau 35 - Comparaison entre les résultats de calcul par la méthode d'éléments finis et l'outil Excel « VibroCheck» - Cas du plancher à dalles alvéolées avec une dalle collaborante d'épaisseur 5 cm, avec deux bords opposés articulés et deux autres bords libres.....	122
Tableau 36 - Comparaison entre les résultats de calcul par la méthode d'éléments finis et l'outil Excel « VibroCheck» - Cas du plancher à dalles alvéolées avec une dalle collaborante d'épaisseur 5 cm, avec quatre bords articulés .....	123
Tableau 37 - Comparaison entre les résultats de calcul par la méthode d'éléments finis et l'outil Excel « VibroCheck» pour le cas du plancher à poutrelles et entrevous avec (a) : deux bords opposés articulés, (b) : deux bords opposés, l'un encastré et l'autre articulé, (c) : deux bords opposés encastrés.....	126
Tableau 38 - Comparaison entre les résultats de calcul par la méthode d'éléments finis et l'outil Excel « VibroCheck» pour le cas des dalles nervurées bidirectionnelles .....	128



RAPPORT

# ÉTUDES ET RECHERCHES

## DIMENSIONNEMENT DES STRUCTURES

IBRAHIM ALACHEK  
MATTHIEU SCALLIET



/ Cerib - CS 10010  
28233 Épernon cedex

/ 02 37 18 48 00  
cerib@cerib.com

## MÉTHODOLOGIE DE CALCUL DES FRÉQUENCES PROPRES DES PLANCHERS

Cette étude vise à répertorier et à analyser diverses méthodes simplifiées permettant de déterminer analytiquement les propriétés modales des planchers en béton armé ou précontraint, ainsi que de vérifier le niveau de confort en cas de vibrations sous l'effet de sollicitations rythmiques et périodiques. Les méthodes et critères d'acceptabilité disponibles dans différents guides et normes internationaux (ISO10137, AISC, SCI P354, CCIP-016, Model code 2010, HIVOSS, ...) ont été recensés à ce jour. Des exemples de vérifications basées sur ces critères sont également présentés dans cette étude.

Un outil Excel a été développé dans le cadre de cette étude afin de faciliter l'estimation de la valeur de la fréquence propre fondamentale pour différents types de planchers (les planchers à dalle alvéolée, les dalles solides pleines, les planchers à prédalles, les dalles nervurées, les planchers à poutrelles et entrevous, ...).

## METHODOLOGY FOR CALCULATING THE NATURAL FREQUENCIES OF FLOORS

This study aims to compile and analyze various simplified methods for analytically determining the modal properties of reinforced or prestressed concrete floors, and for assessing occupant comfort with respect to vibrations induced by rhythmic and periodic excitations. To date, calculation methods and acceptability criteria from several international guides and standards (ISO 10137, AISC, SCI P354, CCIP-016, Model Code 2010, HiVoSS, etc.) have been reviewed. The study also presents verification examples based on these criteria.

An Excel tool was developed as part of this work to facilitate the estimation of the fundamental natural frequency for different floor systems, including hollow-core slabs, solid slabs, precast lattice-girder slab floors, ribbed slabs, and joist-and-block floors.